



Escola Universitària d'Enginyeria  
Tècnica Industrial de Barcelona  
Consorci Escola Industrial de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

## **Volum I**

Memòria – Pressupost- Annexos

TREBALL DE FI DE GRAU

# **“Estudi de l'efecte de la vora de sortida en perfils hidrodinàmics”**

TFG presentat per obtenir el títol de GRAU en  
ENGINYERIA Mec nica

Per **Carles Cartoixà Benaiges**



Barcelona, 13 de Gener de 2015

Director: Alfred Fontanals Garcia  
Departament de MF (729)  
Universitat Politècnica de Catalunya (UPC)



# Índex

ÍNDEX .....	1
MEMÒRIA .....	5
RESUM.....	5
RESUMEN .....	5
ABSTRACT .....	6
Capítol 1: INTRODUCCIÓ .....	7
Capítol 2: OBJECTIU.....	9
Capítol 3: GEOMETRIA DEL PERFIL .....	11
Capítol 4: MODELS DE TURBULÈNCIA.....	13
4.1 Anàlisi diferencial de fluids .....	13
4.1.1 Equació de continuïtat .....	14
4.1.2 Equació de Navier-Stokes .....	14
4.2 Models de turbulència .....	15
4.2.2 Models de turbulència k- $\epsilon$ .....	16
4.2.3 Models k- $\omega$ .....	19
4.2.4 Model Transition SST .....	21
4.2.5 Scale-Adaptative Simulation (SAS) model.....	23
4.3 Mètodes numèrics .....	25
4.3.1 Mètode dels volums finits.....	25
4.4 Condicions de contorn .....	30
Capítol 5: MALLA .....	31
Capítol 6: COMPARATIVA MODELS DE TURBULÈNCIA.....	35
6.1 Velocitats mitjanes en el deixant.....	37
6.2 Velocitats mitjanes en el perfil.....	39
6.3 Senyals i FFT de $C_D$ i $C_L$ .....	43
Capítol 7: COMPARATIVA DE MALLS .....	51

7.1 Velocitats mitjanes en el deixant.....	53
7.2 Velocitats mitjanes en el perfil.....	56
7.3 Senyals i FFT de $C_D$ i $C_L$ .....	59
Capítol 8: COMPARATIVA ANGLES D'ATAC .....	63
8.1. Perfils de velocitat sobre el perfil.....	64
8.2. Relació angle d'atac i coeficients de resistència i sustentació .....	67
Capítol 9: COMPARATIVA ANGLES DE la VORA DE SORTIDA.....	69
9.1 Geometries estudiades .....	70
9.2 Perfil de velocitats mitjanes en el perfil i en el deixant .....	72
9.3 Senyals i FFT dels coeficients de sustentació i resistència.....	77
9.4. Relació angle de vora de sortida i els coeficients de resistència i sustentació .....	97
Capítol 10: CONCLUSIONS .....	101
Capítol 11: BIBLIOGRAFIA.....	105
PRESSUPOST .....	108
ANNEXOS .....	110





Escola Universitària d'Enginyeria  
Tècnica Industrial de Barcelona  
Consorci Escola Industrial de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

## Memòria



# **“Estudi de l'efecte de la vora de sortida en perfils hidrodinàmics”**

TFG presentat per optar al títol de GRAU en  
ENGINYERIA Mecànica  
per **Carles Carroixà Benaiges**

Barcelona, 13 de Gener de 2015

Director: Alfred Fontanals Garcia  
Departament MF (729)  
Universitat Politècnica de Catalunya (UPC)



# MEMÒRIA

## RESUM

En aquest projecte s'estudia el funcionament dels mètodes basats en la simulació computacional de fluids en l'anàlisi d'un perfil hidrodinàmic per estudiar els fenòmens de vòrtexs que es produeixen en el deixant, calcular les velocitats en el perfil i en el deixant, estudiar el fenomen de desprendiment de la capa límit, i calcular els coeficients de sustentació i resistència i les seves freqüències en diferents condicions.

S'analitzen els diferents models de turbulència i es comparen amb valors obtinguts de forma experimental per veure quin model de turbulència s'ajusta millor a aquestes condicions. També es realitza un estudi de sensibilitat de malla per comprovar l'afectació de la malla en els resultats i si aquesta s'ajusta prou als resultats experimentals. Finalment s'analitza la incidència de l'angle d'atac del fluid en el perfil hidrodinàmic i com varien els coeficients de sustentació i resistència i les velocitats en el perfil respecte l'angle d'atac i l'angle de la vora de sortida.

## RESUMEN

En el presente proyecto se estudia el funcionamiento de los métodos basados en la simulación computacional de fluidos en el análisis de un perfil hidrodinámico para estudiar los fenómenos de vórtices que se producen en su estela, calcular las velocidades en el perfil y en su estela, estudiar el fenómeno de desprendimiento de la capa límite, y calcular los coeficientes de sustentación y resistencia y sus frecuencias en diferentes condiciones.

Se analizan diferentes modelos de turbulencia y se comparan con valores obtenidos de forma experimental para observar que modelo de turbulencia se ajusta mejor a las condiciones del problema. También se realiza un estudio de sensibilidad de malla para comprobar la afectación de la malla en los resultados y si la malla se ajusta suficiente a los resultados experimentales. Finalmente se analiza la incidencia del ángulo de ataque del fluido en el perfil hidrodinámico y

como varían los coeficientes de sustentación y resistencia y las velocidades en el perfil en función del ángulo de ataque y el ángulo del vértice de salida.

## **ABSTRACT**

In this project it is studied the behaviour of the computational fluid dynamics in the analysis of a hydrofoil, to study the eddy phenomenon that is produced in the wake, to study the boundary layer separation, to calculate the velocities on the hydrofoil and in the wake and the drag and lift coefficients and their frequencies in different conditions.

It is analysed different turbulence models and these are compared with experimental values to observe the better turbulence model to describe the behaviour of the fluid on this problem conditions. Also it is realized a mesh sensibility study to check the effect of the mesh in the results. Finally it is analysed the effect of the angle of attack of the fluid in the drag and lift coefficients and the velocities in the hydrofoil.

# CAPÍTOL 1:

## INTRODUCCIÓ

La mecànica de fluids computacional (CFD) és una branca de la mecànica de fluids que utilitza mètodes numèrics i algoritmes per resoldre problemes relacionats amb fluids. Aquesta tècnica permet resoldre problemes complexos amb l'ajuda d'ordinadors, tot i així, hi ha problemes que només es poden resoldre amb l'ajuda dels anomenats superordenadors ja que la gran quantitat de càlculs que s'han de realitzar deixen obsolets els ordenadors convencionals. En alguns casos es necessari realitzar certes simplificacions per poder obtenir una solució vàlida i s'utilitzen diferents models per descriure els fenòmens que succeeixen. Per aquest motiu és necessari un coneixement ampli de la teoria de mecànica de fluids ja que permet entendre els diferents fenòmens i escollir quin model s'ajusta millor al problema que s'està estudiant.

En els últims anys els avenços en informàtica han permès que el mètode de CFD avanci i la seva utilització s'hagi expandit, cada cop els ordenadors són més potents i això permet que el mètode de CFD pugui ser útil en la indústria ja que es pot simular el comportament de nous productes o condicions sense tenir que provar de forma experimental i mitjançant simulacions es poden obtenir conclusions. Això ocasiona una reducció de costos en simulacions experimentals en les quals es necessari la producció d'un prototip diferent per cada canvi que es vulgui estudiar, mentre que mitjançant CFD es pot realitzar qualsevol canvi en la geometria i estudiar el seu comportament sense grans costos addicionals.

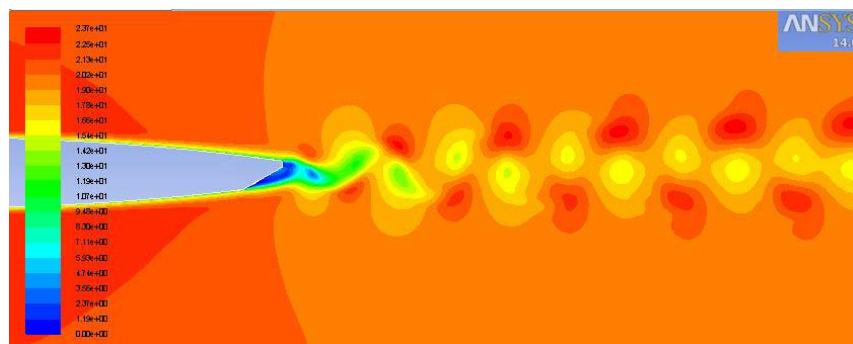
En aquest projecte el programa de CFD que s'ha utilitzat és Ansys Fluent 14.0, aquest programa permet realitzar els diferents passos a seguir que són dissenyar la geometria, realitzar el procés de mallat, realitzar la simulació i el post processat.



## CAPÍTOL 2:

# OBJECTIU

L'objectiu del present projecte ha estat l'estudi de l'efecte de la vora de sortida en perfils hidrodinàmics. Al travessar un fluid un perfil hidrodinàmic, el fluid al llarg del perfil es va tornant més turbulent degut a la viscositat. Això ocasiona un augment de la capa límit al llarg del perfil i finalment es produeix el fenomen del desprendiment de la capa límit, que provoca variacions en els coeficients de sustentació i resistència així com vòrtexs en el deixant com es mostra en la figura 2.1. En aquest estudi s'ha analitzat per un mateix perfil NACA0009 modificat amb vora de sortida obliqua de  $30^\circ$ , les velocitats en el deixant i en el perfil, i la relació entre els coeficients de sustentació i de resistència, per a diferents angles d'atac del perfil.



**Figura 2.1.** Contorns de velocitats en el deixant

En un altre apartat s'ha analitzat la influència de l'angle de la vora de sortida del perfil hidrodinàmic en els diferents paràmetres esmentats com són els coeficients de sustentació i resistència, i les velocitats en el deixant i sobre el perfil.

Aquests perfils són utilitzats en diferents màquines hidràuliques, per aquest motiu és important l'estudi dels fenòmens relacionats amb la vora de sortida ja que els vòrtexs que es produeixen provoquen vibracions en les màquines i en conseqüència una disminució en el rendiment de la màquina. Mitjançant l'anàlisi de diferents angles d'atac es pot obtenir un valor òptim teòric per reduir les vibracions en les màquines hidràuliques.

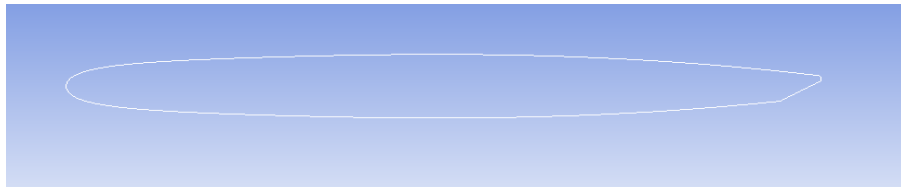
Aquest estudi s'ha dut a terme mitjançant anàlisis amb CFD (Computational Fluid Dynamics), un conjunt de mètodes numèrics i algorismes que permeten analitzar i resoldre problemes de mecànica de fluids. Aquest mètode permet discretitzar el domini del problema en un conjunt de volums finits mitjançant una malla i després resoldre les equacions que descriuen el problema físic en els diferents elements de la malla.

Per validar el mètode a seguir per realitzar els anàlisis de la incidència de la variació del angle d'atac i la variació de l'angle de vora de sortida, s'ha de comparar els resultats obtinguts mitjançant CFD amb valors experimentals obtinguts en el laboratori. Així, en un primer lloc, s'ha realitzat una comparació entre els diferents models de turbulència, ja que cadascun s'adapta millor a diferents condicions del problema. També s'ha realitzat un estudi de sensibilitat de malla per comprovar que el resultat no depenia de la forma i la qualitat de la malla emprada. Per dur a terme aquesta comparació s'han utilitzat valors obtinguts experimentalment que es disposaven del *Laboratory For Hydraulic Machines* de la *École Polytechnique Fédérale de Lausane*.



# CAPÍTOL 3: GEOMETRIA DEL PERFIL

En aquest estudi el perfil hidrodinàmic que s'analitza es el NACA0009 modificat amb vora de sortida obliqua com es mostra en la figura 3.1.

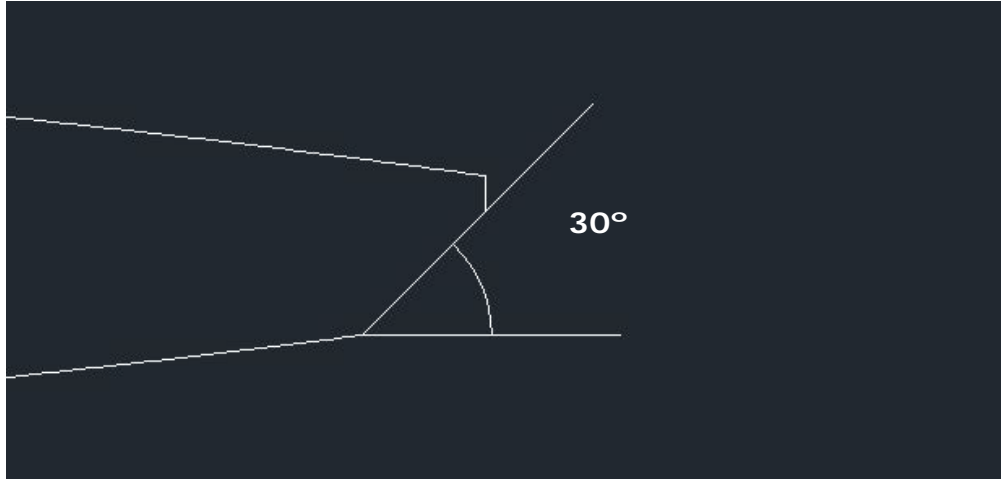


**Figura 3.1** Perfil hidrodinàmic NACA0009 oblicu

Els perfils NACA són un tipus de perfils hidrodinàmics que són definits per la *National Advisory Commitee for Aeronautics* (NACA). Aquests perfils es descriuen en funció de les xifres que acompanyen el nom i defineixen diferents característiques del perfil. En el cas dels perfils simètrics com el que s'estudia en aquest projecte les dues últimes xifres, en aquest cas 09, determinen el percentatge de l'amplitud del perfil en funció de la corda.

El tall oblic és de  $30^\circ$  com indica la figura 3.2. Aquest perfil és utilitzat en diferents màquines hidràuliques i per això s'estudiarà en aquest projecte, a més es disposen de valors experimentals publicats pel *Laboratory for Hydraulic Machines* per la *École Polytechnique Fédérale de Lausane* els quals en aquest projecte s'utilitzen per verificar els resultats obtinguts.

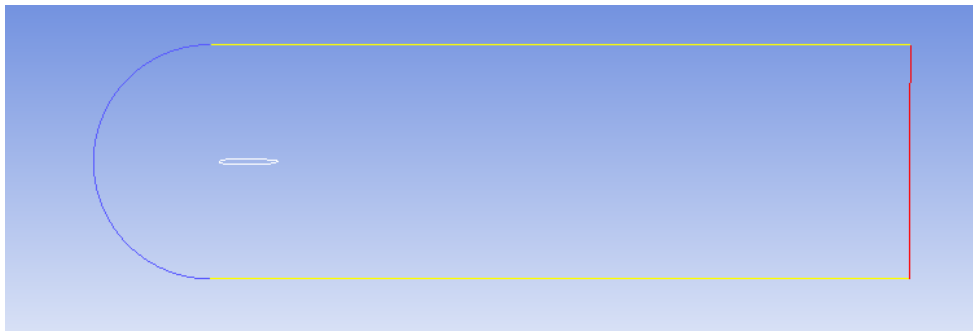
El perfil estudiat té una longitud de 0,1 m i 0,15m de profunditat, el valor de la profunditat és important sobretot per calcular els valors dels coeficients de sustentació i el de resistència.



**Figura 3.2** Detall de la vora de sortida del perfil

Per realitzar l'anàlisi és necessari considerar el domini del fluid, la zona al voltant del perfil hidrodinàmic per on circularà el fluid, en aquest cas concret aigua. És important dimensionar correctament aquest domini per poder veure els fenòmens relacionats amb l'estudi i evitar perdre informació. En la figura 3.2. es mostra el domini que s'utilitza en el present estudi.

S'ha optat per aquesta forma per poder variar l'angle d'atac en l'entrada del domini fàcilment, a més la distància del rectangle s'ha considerat de 1,2m de longitud i 0,2m d'ample per poder apreciar els vòrtexs que es produeixen en el deixant del perfil hidrodinàmic i afecten als coeficients de sustentació i resistència del perfil.



**Figura 3.3.** Domini del fluid estudiat

# **CAPÍTOL 4: MODELS DE TURBULÈNCIA**

## **4.1 Anàlisi diferencial de fluids**

Les dues equacions que ens permeten descriure el comportament dels fluids incompressibles són l'equació de continuïtat, conservació de la matèria, i l'equació de Navier-Stokes, conservació del moment lineal. Aquestes dues equacions en forma diferencial permeten modelitzar el comportament del fluid en tots els punts del domini del fluid. La complexitat d'aquestes equacions en forma diferencial dificulta en gran mesura la seva resolució i per aquest motiu es necessari en casos complexos l'ajuda d'ordinadors que resolguin les equacions.

La utilització de l'anàlisi diferencial en la mecànica de fluids ens permet modelitzar tots els punts del domini, a diferencia del anàlisi amb volums de control on els resultats que s'obtenen són globals. Per contra l'anàlisi diferencial es més costós que l'anàlisi en volums de control, però en molts casos on l'interès recau sobre zones locals es necessari utilitzar l'anàlisi diferencial. En l'estudi que s'està tractant en aquest projecte es necessari un anàlisi diferencial ja que l'objecte del estudi està relacionat amb les pertorbacions ocasionades i la capa límit en perfils hidrodinàmics.

#### 4.1.1 Equació de continuïtat

L'equació de continuïtat expressa la llei de la conservació de la matèria, de forma diferencial i en coordenades cartesianes per qualsevol fluid s'expressa de la següent forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (4.1)$$

En el present estudi el fluid amb el qual es treballa es aigua líquida i per tant es considera un fluid incompressible. Al ser incompressible la variació amb el temps de la densitat es pràcticament nul·la, així com la variació en qualsevol direcció del espai. Per tant l'equació de continuïtat es simplifica com indica l'equació(4.2).

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4.2)$$

Finalment, l'estudi s'analitza únicament en un pla, per tant es un problema de dos dimensions i la component z s'anul·la i obtenim la següent equació de continuïtat que han de complir tots els punts del domini del fluid.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.3)$$

#### 4.1.2 Equació de Navier-Stokes

Es considera que el fluid es incompressible i isotèrmic, aquestes consideracions impliquen que la densitat, viscositat cinemàtica i la viscositat dinàmica del fluid són constants. Aquestes consideracions per al estudi present són correcte ja que el fluid d'estudi, l'aigua, és un fluid incompressible i isotèrmic.

Amb les consideracions prèvies obtenim l'equació de Navier-Stokes per fluids incompressibles, isotèrmics i Newtonians.

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{\partial P}{\partial x} + \rho \cdot g_x + \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (4.4)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \frac{\partial P}{\partial y} + \rho \cdot g_y + \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (4.5)$$

No es disposa d'una solució general per a les equacions de Navier-Stokes per això només es poden resoldre fàcilment en problemes senzills. Per aquest motiu es necessari l'ús de la simulació computacional de fluids per a resoldre problemes més complexos relacionats amb fluxos turbulents. Tot i això, la resolució d'aquestes equacions és complexa fins i tot amb l'ajuda d'ordinadors, i per aquest motiu existeixen diferents models de turbulència que descriuen el fenomen de turbulència amb equacions pròpies com s'explica en l'apartat següent.

## 4.2 Models de turbulència

Existeixen tres grans grups de models de turbulència per resoldre problemes amb CFD:

*Turbulence models for Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) equations:* aquest grup de models es focalitzen en obtenir valors mitjans del flux i els efectes de la turbulència en les propietats mitjanes del fluid. Les equacions de Navier-Stokes són mitjanes amb el temps. Aquests models requereixen d'uns recursos modestos per obtenir uns bons resultats i per aquest motiu han estat els més utilitzats durant les passades dècades.

*Large eddy Simulation (LES)* (simulació de grans pertorbacions): aquest model de turbulència permet calcular el comportament de grans pertorbacions, les quals tenen un comportament més complex que les petites pertorbacions que són senzilles de modelitzar. Aquest mètode permet filtrar mitjançant funcions les pertorbacions del fluid turbulent i aplicar diferents processos per solucionar el problema. Els models *LES*, tenen un consum de recursos més elevat però actualment el seu ús començar a ser bastant alt en problemes amb una geometria complexa.

*Direct numerical simulation (DNS):* simulació numèrica directa, aquestes simulacions són les més complexes ja que calculen la solució directament mitjançant les equacions de Navier-Stokes i l'equació de continuïtat, aquest model permet obtenir uns resultats molt precisos però necessiten l'ús de grans ordinadors i actualment aquest grup de models no són utilitzats en la indústria.

En el present estudi només s'utilitzaran models considerats RANS, a continuació es detallaran els models que s'han utilitzat en l'estudi.

#### 4.2.1 Reynolds Average

Amb la mitjana de Reynolds la solució variable de l'equació de Navier-Stokes es descompon en el valor mig de la solució i la fluctuació de la solució. Aplicant aquest concepte, s'obtenen les següents equacions de continuïtat i moment:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j}(-\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (4.7)$$

Aquestes equacions s'anomenen Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS). Aquestes tenen la mateixa forma que les equacions instantànies de Navier-Stokes però s'ha afegit un terme que representa els efectes de la turbulència. Aquest terme  $(-\rho \overline{u'_i u'_j})$  s'anomena tensions de Reynolds i s'han de modelitzar per obtenir una solució precisa.

#### 4.2.2 Models de turbulència k-ε

Els models de turbulència k-ε es basen en la resolució de equacions de transport per l'energia cinètica de turbulència (k) i el factor de dissipació (ε). En la resolució de les equacions dels models k-ε es considera que el fluid és completament turbulent i que els efectes de la viscositat molecular són negligibles.

Dins dels models de turbulència k-ε existeixen tres models principals: l'estandard k-ε, el RNG k-ε i el realizable k-ε. Els dos últims són correccions fetes al model més antic, l'estandard k-ε, a partir dels errors que s'observaven en el model es van realitzar variants per obtenir solucions més precises.

El model RNG k-ε inclou millores que permeten treballar en fluxos amb números de Reynolds baixos, descriure millor el fenomen dels vòrtexs i utilitzar una fórmula analítica per nombres de Prandtl turbulents.

Les modificacions més importants en el model Realizable k-ε són la inclusió d'una formulació alternativa per la viscositat turbulent i la modificació de l'equació del

factor de dissipació. Aquest model permet satisfer certes limitacions en les tensions de Reynolds que els dos altres models k-  $\epsilon$  no poden realitzar.

A continuació es detallen les equacions emprades en el model Realizable k-  $\epsilon$  ja que és un dels models utilitzats en el projecte i la seva formulació es similar a la dels altres models k-  $\epsilon$ .

Realizable k- $\epsilon$

Equacions de transport per la energia cinètica de turbulència (k) i el factor de dissipació ( $\epsilon$ ).

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k + P_b - \rho \epsilon - Y_M + S_k \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho \epsilon u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S \epsilon - \rho C_2 \frac{\epsilon^2}{k + \sqrt{\nu \epsilon}} + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} C_{3\epsilon} P_b + S_\epsilon \quad (4.9)$$

On:

$$C_1 = \max \left[ 0,43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right] \quad (4.10)$$

$$\eta = S \frac{k}{\epsilon} \quad (4.11)$$

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (4.12)$$

$P_k$  representa la generació d'energia cinètica de turbulència deguda als gradients de velocitat, i és calcula amb la següent fórmula:

$$P_k = -\rho \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (4.13)$$

$P_b$  és la generació d'energia cinètica de turbulència deguda a la flotabilitat, és calcula mitjançant la següent fórmula:

$$P_b = \beta g_i \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (4.14)$$

On  $g_i$  és la component en la direcció i de la gravetat,  $Pr_t$  és el nombre de turbulència de Prandtl i  $\beta$  és el coeficient d'expansió tèrmic i és calcula amb la següent equació:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (4.15)$$

$Y_M$  representa la contribució de la fluctuació de la dilatació en fluids compressibles en el factor de dissipació. Es calcula amb la següent fórmula on  $M_t$  és el número de Mach:

$$Y_M = 2\rho\varepsilon M_t^2 \quad (4.16)$$

$\mu_t$  és la viscositat turbulenta i es pot calcular amb la següent equació:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.17)$$

I  $C_\mu$  és calcula amb la següent fórmula :

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}} \quad (4.18)$$

On:

$$U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}} \quad (4.19)$$

I:

$$\tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ij}\omega_k \quad (4.20)$$

$$\Omega_{ij} = \overline{\Omega_{ij}} - \varepsilon_{ij}\omega_k \quad (4.21)$$

$\overline{\Omega_{ij}}$  és el valor mig del increment del tensor rotacional, amb la velocitat angular  $\omega_k$ .

Les constants  $A_0$  i  $A_s$  venen definides pel model de turbulència com:

$$A_0 = 4,04 \quad A_s = \sqrt{6}\cos\phi \quad (4.22)$$

On:

$$\phi = \frac{1}{3}\cos^{-1}\sqrt{6}W \quad (4.23), \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\tilde{S}^3} \quad (4.24), \quad \tilde{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}, \quad (4.25)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) \quad (4.26)$$

Finalment les constants del model són:

$$C_{1\varepsilon} = 1,44; \quad C_2 = 1,9; \quad \sigma_k = 1,0; \quad \sigma_\varepsilon = 1,2$$



#### 4.2.3 Models k- $\omega$

Els model k- $\omega$  són models empírics basats amb les equacions de transport per la energia cinètica de la turbulència (k) i el factor de dissipació específic ( $\omega$ ). Els dos models k- $\omega$  més emprats són el estàndard k- $\omega$  i el SST k- $\omega$ . Existeixen dues modificacions principals del model SST sobre el estàndard, el canvi gradual de del model k- $\omega$ , que és aplicat al interior de la capa límit, fins al model k- $\epsilon$  que s'aplica al exterior de la capa límit, i la modificació de la equació que defineix la viscositat turbulenta per tenir en compte en les equacions de transport la tensió principal de tallant turbulenta.

A continuació es detallaran les equacions del model SST k- $\omega$  ja que és el model del tipus k- $\omega$  que s'empra en el projecte.

##### Model SST k- $\omega$

Les equacions de transport del model SST k- $\omega$  per la energia cinètica de la turbulència (k) i el factor de dissipació específic ( $\omega$ ) són les següents:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \widetilde{G}_k + S_k - Y_k \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho \omega u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega + D_\omega + S_\omega - Y_\omega \quad (4.28)$$

En aquestes equacions  $\widetilde{G}_k$  representa la generació d'energia cinètica de turbulència deguda als gradients de velocitats, i es calcula amb la següent fórmula:

$$\widetilde{G}_k = \min(G_k, 10\rho\beta^*k\omega) \quad (4.29)$$

On:

$$G_k = \mu_t S^2 \quad (4.30)$$

$G_\omega$  representa la generació de  $\omega$  que es calcula amb la següent equació:

$$G_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k \quad (4.31)$$

$\Gamma_k$  i  $\Gamma_\omega$  representen la difusivitat efectiva:

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}, \quad (4.32) \quad \Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \quad (4.33)$$

On  $\sigma_k$  i  $\sigma_\omega$  són els nombres de Prandtl per k i  $\omega$ :

$$\sigma_k = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{k,1}} + \frac{1-F_1}{\sigma_{k,2}}}, \quad (4.34) \quad \sigma_\omega = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{\omega,1}} + \frac{1-F_1}{\sigma_{\omega,2}}} \quad (4.35)$$

I  $\mu_t$  és la viscositat turbulenta:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max\left(\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{\alpha_1}\right)} \quad (4.36)$$

$F_1$ ,  $F_2$  i  $D_\omega$  es poden calcular amb les següents fórmules:

$$F_2 = \tanh\left[\left[\max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500v}{y^2\omega}\right)\right]^2\right] \quad (4.37)$$

$$F_1 = \tanh\left\{\left\{\min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500v}{y^2\omega}\right), \frac{4\sigma_{\omega 2}k}{D_\omega y^2}\right]\right\}^4\right\} \quad (4.38)$$

$$D_\omega = \max\left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10}\right) \quad (4.39)$$

$Y_k$  representa la dissipació de k deguda a la turbulència:

$$Y_k = \rho\beta^* k \omega \quad (4.40)$$

On:

$$\beta^* = \beta_i^* [1 + \zeta^* F(M_t)] \quad (4.41)$$

$$\beta_i^* = \beta_\infty^* \left[ \frac{\frac{4}{5} + \left(\frac{Re_t}{R_\beta}\right)^4}{1 + \left(\frac{Re_t}{R_\beta}\right)^4} \right] \quad (4.42)$$

$$\zeta^* = 1,5 \quad R_\beta = 8 \quad \beta_\infty^* = 0,09 \quad Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad (4.43)$$

$Y_\omega$  representa la dissipació de  $\omega$  deguda a la turbulència:

$$Y_\omega = \rho\beta\omega^2 \quad (4.44)$$

On:

$$\beta_i = F_1\beta_{i,1} + (1 + F_1)\beta_{i,2} \quad (4.45)$$

$$\alpha_1 = 0,31; \alpha_2 = 0,44$$

$$\beta_{i,1} = 0,075; \beta_{i,2} = 0,0828;$$

$$\sigma_{k1} = 1,176; \sigma_{k2} = 1; \sigma_{\omega 1} = 2; \sigma_{\omega 2} = 1,168$$

#### 4.2.4 Model Transition SST

El model Transition SST està basat en les equacions de transport del model SST k- $\omega$ , però amb dues equacions de transport més per modelitzar la intermitència i la criteri d'inici de transició de la turbulència.

L'equació de transport per la intermitència  $\gamma$  es defineix com:

$$\frac{\partial \rho \gamma}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \gamma}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \quad (4.46)$$

Les fonts de transició es defineixen com:

$$P_{\gamma 1} = C_{a1} F_{length} \rho S \gamma [F_{onset}]^{c_{\gamma 3}} \quad (4.47)$$

$$E_{\gamma 1} = C_{e1} P_{\gamma 1} \gamma \quad (4.48)$$

$S$  és la magnitud del factor de tensions,  $F_{length}$  és un corrector experimental que controla la longitud de la zona de transició i  $C_{a1}$  i  $C_{e1}$  són dos constants del model.

Les següents equacions defineixen els termes de l'equació de transport relacionats amb la destrucció o relaminarització:

$$P_{\gamma 2} = C_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb} \quad (4.49)$$

$$E_{\gamma 2} = C_{e2} P_{\gamma 2} \gamma \quad (4.50)$$

$\Omega$  la magnitud de la vorticitat, els següents paràmetres defineixen l'inici de la transició:

$$Re_V = \frac{\rho y^2 S}{\mu} \quad (4.51)$$

$$R_T = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad (4.52)$$

$$F_{onset1} = \frac{Re_V}{2,193 Re_{\theta c}} \quad (4.53)$$

$$F_{onset2} = \min(\max(F_{onset1}, F_{onset1}^4), 2) \quad (4.54)$$

$$F_{onset3} = \max\left(1 - \left(\frac{R_T}{2,5}\right)^3, 0\right) \quad (4.55)$$

$$F_{onset} = \max(F_{onset2} - F_{onset3}, 0) \quad (4.56)$$

$$F_{turb} = e^{-\left(\frac{R_T}{4}\right)^4} \quad (4.57)$$

$Re_{\theta_c}$  és el nombre crític de Reynolds a partir del qual comença a créixer el fenomen de la intermitència en la capa límit.

Constants de l'equació de transport de la intermitència:

$$C_{a1} = 2; \quad C_{e1} = 1; \quad C_{a2} = 0,06; \quad C_{e2} = 50; \quad C_{\gamma 3} = 0,05; \quad \sigma_1 = 1$$

Equació de transport per al transition momentum thickness Reynolds number  $R\tilde{e}_{\theta t}$  :

$$\frac{\partial(\rho R\tilde{e}_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j R\tilde{e}_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial R\tilde{e}_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (4.58)$$

On el terme de generació es defineix amb la següent equació:

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t} (Re_{\theta t} - R\tilde{e}_{\theta t})(1 - F_{\theta t}) \quad (4.59)$$

On:

$$t = \frac{500\mu}{\rho U^2} \quad (4.60)$$

$$F_{\theta t} = \min \left\{ \max \left[ F_{wake} e^{\left(-\frac{\gamma}{\delta}\right)^4}, 1 - \left( \frac{\gamma - \frac{1}{50}}{1 - \frac{1}{50}} \right)^2 \right], 1 \right\} \quad (4.61)$$

$$\theta_{BL} = \frac{R\tilde{e}_{\theta t} \mu}{\rho U} \quad (4.62)$$

$$\delta_{BL} = \frac{15}{2} \theta_{BL} \quad (4.63)$$

$$\delta = \frac{50\Omega y}{U} \delta_{BL} \quad (4.64)$$

$$Re_{\omega} = \frac{\rho \omega y^2}{\mu} \quad (4.65)$$

$$F_{wake} = e^{-\left(\frac{Re_{\omega}}{1e+5}\right)^2} \quad (4.66)$$

Les constants del model per  $R\tilde{e}_{\theta t}$  són:

$$c_{\theta t} = 0,03; \quad \sigma_{\theta t} = 2$$

En el model Transition SST s'utilitzen les equacions del model SST k- $\Omega$ , però en el cas de l'equació k es modifica algun terme:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k^* + S_k - Y_k^* \quad (4.67)$$

On:

$$G_k^* = \gamma_{eff} \widetilde{G_k} \quad (4.68)$$

$$\gamma_{sep} = \left\{ C_{S1} \max \left[ \left( \frac{Re_v}{3,235 Re_{\theta c}} \right) - 1 \right] F_{reattch}, 2 \right\} F_{\theta t} \quad (4.69)$$

$$F_{reattch} = e^{-\left(\frac{R_F}{20}\right)^4} \quad (4.70)$$

$$\gamma_{eff} = \max(\gamma, \gamma_{sep}) \quad (4.71)$$

$$Y_k^* = \min(\max(\gamma_{eff}, 0,1), 0,1) Y_k \quad (4.72)$$

#### 4.2.5 Scale-Adaptative Simulation (SAS) model

El SAS és una millora de la formulació URANS, aquest model permet ajustar-se a l'escala que s'està resolent d'una forma dinàmica i permet el desenvolupament d'un espectre turbulent en les zones independents.

Aquest model està basat en la introducció de la longitud d'escala de Von Karman en l'equació de l'escala de turbulència. Això permet que el model SAS s'ajusti dinàmica per resoldre's en una simulació URANS.

L'equació de transport del model SAS es basa en la transformació de Rotta per aproximar el model SST k- $\omega$  equacions de transport:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i k)}{\partial x_i} = G_k - \rho c_\mu k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (4.73)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i \omega) &= \alpha \frac{\omega}{k} G_k - \rho \beta \omega^2 + Q_{SAS} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega c} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\
 &+ (1 - F_1) \frac{2\rho}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (4.74)
 \end{aligned}$$

El terme  $Q_{SAS}$  s'origina de la derivada de segon ordre en l'equació de transport de Rotta.

$$Q_{SAS} = \max \left[ \rho \eta_2 \kappa S^2 \left( \frac{L}{L_{\nu\kappa}} \right)^2 - \frac{2\rho k}{\sigma_\Phi} \max \left( \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \frac{1}{k^2} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right), 0 \right] \quad (4.75)$$

Paràmetres en el terme  $Q_{SAS}$ :

$$\eta_2 = 3,51 \quad \sigma_\Phi = \frac{2}{3}; \quad C = 2 \quad \kappa = 0,41$$

$L$  és la escala de longitud de la turbulència modelada.

$$L = \frac{\sqrt{k}}{\frac{1}{c_\mu^4} \omega} \quad (4.76)$$

$L_{\nu\kappa}$  és la escala de longitud de von Karman:

$$L_{BL}^{\nu\kappa} = \kappa \frac{\frac{\partial u}{\partial y}}{\frac{\partial^2 u}{\partial^2 y}} \quad (4.77)$$

$$L_{\nu\kappa} = \frac{\kappa S}{|U''|} \quad (4.78)$$

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (4.79) \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (4.80)$$

$$|U''| = \sqrt{\sum_{(i)} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}} \quad (4.81)$$

## 4.3 Mètodes numèrics

En els apartats anteriors s'ha comentat les diferents equacions que modelitzen el fenomen de la turbulència. En l'entorn dels CFD es necessiten, a més d'aquests models que descriuen el problema físic, un conjunt de mètodes numèrics que ofereixen algorismes per resoldre les equacions diferencials d'aquests models de turbulència.

Aquest grup d'algorismes tenen molta importància ja que determinaran la precisió de la solució obtinguda així com la rapidesa alhora de realitzar les simulacions amb els ordenadors. És primordial utilitzar uns algorismes eficients, robustos i fiables que ens permetin obtenir una solució precisa i a més amb un consum de recursos informàtics moderats.

És inútil que el model de turbulència sigui adequat si després el mètode numèric emprat no és eficaç i l'algorisme que calcula la solució és erroni.

### 4.3.1 Mètode dels volums finits

El mètode dels volums finits és una de les tècniques de discretització més utilitzades en el CFD. Aquest mètode consisteix en dividir el domini del fluid en un conjunt de volums de control o també anomenats elements o cel·les, on la variable d'interès està situada en el centroid de del volum de control. Per calcular els resultats, s'integren les equacions diferencials que modelitzen el problema en cada volum de control i s'interpolen els resultats entre cada centroid de dels volums de control. Les solucions d'aquest mètode aconseguixen satisfer les equacions de conservació per tots els volums de control en els quals s'ha dividit el domini del fluid encara que la malla no sigui prou adequada.

Per deixar clar la terminologia emprada en aquest apartat comentar quan es parla de cares es refereix als costats de les diferents cel·les que conformen la malla.

Solució de les equacions de Navier-Stokes

Relació Velocitat - Pressió

Per resoldre les equacions de Navier-Stokes discretitzades es necessari un tractament especial per calcular la relació velocitat – pressió, els mètodes més utilitzats són: SIMPLE, SIMPLER, SIMPLEC i PISO. El mètode utilitzat en el

projecte és el SIMPLE i per tant serà el que es comentarà més detalladament a continuació.

### Algoritme SIMPLE

L'algoritme SIMPLE per tractar la relació velocitat - pressió en les equacions de Navier-Stoke considera que no es necessari resoldre de nou la relació lineal pressió - velocitat en cada iteració sinó només es necessari una correcció en aquesta relació .

L'algoritme funciona de la següent forma: S'obté una aproximació del camp de velocitat mitjançant la resolució de l'equació de conservació de moment, el terme de gradient de pressió es calculat usant la distribució de pressió de la iteració anterior, la distribució de pressió és calculada de nou mitjançant l'equació de pressió. Finalment, es corregeixen els valors de les velocitats amb els càlculs realitzats.

### Càlcul del gradient

Calcular els gradients en un volum de control quan s'està utilitzant una malla amb elements ortogonals no és complicat ja que mitjançant derivades es pot calcular fàcilment el gradient en el centroide del volum de control. Els problemes sorgeixen quan els elements de la malla són complexos i llavors el càlcul del gradient es complica.

Generalment, s'utilitza el teorema de Green-Gauss que afirma que la integral d'àrea d'una funció escalar és igual a la integral de volum del gradient de la funció escalar.

$$\int_{\Omega} \nabla \phi \, d\Omega = \int_S \phi \, \hat{n} dS \quad (4.82)$$

$\hat{n}$  és una superfície normal al volum, considerant que  $\nabla \phi$  és constant en tot el volum de control l'equació de Green-Gauss es pot escriure com:

$$\int_{\Omega} \nabla \phi \, d\Omega = \nabla \phi_p \Omega = \int_S \phi \, \hat{n} dS \quad (4.83)$$

S'aproxima la integral de volum com el sumatori dels valors escalars mitjos en cada cel·la per el vector superfície de la cel·la:



$$\nabla\phi_P = \frac{1}{\Omega} \sum_{\text{cares}} \phi_f \vec{S}_f \quad (4.84)$$

El valor de la cara,  $\phi_f$ , encara ha de ser definit i per calcular aquest valor es poden seguir diferents mètodes pràctics que es comentaran a continuació.

Existeixen dos mètodes per calcular el valor mig escalar en una cel·la, un mètode basat en les cel·les i l'altre en els nodes, és important que l'aproximació sigui correcta ja que el càlcul del gradient dependrà en gran part a que aquest càlcul sigui correcte.

En el mètode basat en les cel·les es calcula el valor de la cara amb els valors de les cel·les contigües. Mentre que en el mètode basat en els nodes s'utilitza el valor dels nodes contigus.

En aquest estudi s'ha considerat que la millor opció per obtenir un millor resultat era el mètode basat en les cel·les.

#### Discretització espacial

En el mètodes dels volums finits es sol calcular el valor dels escalar als centres de les cel·les, però, per el càlculs dels termes de convecció són necessaris els valors a les cares i per aquest motiu s'han d'interpolat els valors des del centre de les cel·les. Per dur a terme aquesta interpolació es fa servir un algoritme *upwind*, a contracorrent. Aquests algoritmes es basen en obtenir el valor en la cara derivant la quantitat de la cel·la a contracorrent, relativa a la direcció de la velocitat normal. Existeixen diferents algoritmes "*upwind*", entre els quals destaca el First-Order Upwind, Power-Law i Second-Order Upwind.

#### First-Order Upwind

Quan s'utilitza un algoritme de primer ordre, els valors a les cares de les cel·les es calculen considerant que el valor del centre de la cel·la representa el valor mig de la cel·la, per aquest motiu es considera que el valor de la cara és igual al centre de la cel·la que està a contracorrent.

#### Power-Law

Aquest mètode utilitza la resolució d'una equació de convecció-difusió per obtenir el valor de la cara  $\Phi$ :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (4.85)$$

### Second-Order Upwind

En el mètode Second-Order Upwind els valors en les cares  $\phi_{f,SOU}$  es calculen mitjançant la següent expressió:

$$\phi_{f,SOU} = \phi + \nabla \phi \cdot \vec{r} \quad (4.86)$$

On  $\phi$  i  $\nabla \phi$  són el valor al centre de la cel·la a contracorrent i el seu gradient,  $\vec{r}$  és el desplaçament del centroid de la cel·la a contracorrent fins el centroid de la cara.

### Discretització de la pressió

Existeixen diferents estratègies per interpolar el valor de la pressió, el més senzill és interpolar directament el valors de la pressió a les cel·les utilitzant els coeficients de l'equació de conservació de moment. Aquest procediment és adequat quan la variació entre els centre de les cel·les és petita. Quan els gradients de pressió són elevats aquest mètode no es pot fer servir i són necessaris altres mètodes. Entre els diferents mètodes alternatius estan:

Lineal, es calcula la pressió de les cares com la mitjana de la pressió en les cel·les adjacents.

Segon ordre, restaura el valor de pressió en la cara utilitzant el termes de conversió de segon ordre.

Body-force-weighted, calcula la pressió en la cara considerant que el gradient normal de la diferència entre la pressió i les forces del cos són constants.

En el projecte s'ha utilitzat la interpolació de segon ordre per resoldre les equacions que modelitzen el problema, equació de moment, dissipació específica, energia cinètica turbulenta...

### Discretització temporal

En els estudis on hi hagi una dependència temporal del resultat és necessari una discretització temporal a més de la discretització del espai. La discretització temporal consisteix en la integració de cada terme en les equacions diferencials sobre el temps.

La integració dels termes transitoris es directa i es pot avaluar amb la següent expressió per una variable  $\phi$ :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\phi)(4.87)$$

On la funció  $F$  incorpora qualsevol discretització espacial. Si la derivada temporal es discretitza utilitzant el mètode "backward differences", es pot obtenir la discretització de primer ordre amb aquesta equació:

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi)(4.88)$$

I la discretització de segon ordre:

$$\frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi) \quad (4.89)$$

On  $\phi$  és una quantitat escalar,  $n + 1$  és el valor a la següent iteració,  $n$  és el valor en la iteració actual, i  $n - 1$  és el valor en la iteració anterior.

## 4.4 Condicions de contorn

En el mètode dels CFD és necessari imposar unes condicions de contorn en el domini del problema per poder resoldre les diferents equacions diferencials que modelitzen el problema.

A continuació es comenten les diferents condicions de contorn que s'han imposat en el domini per obtenir els resultats:

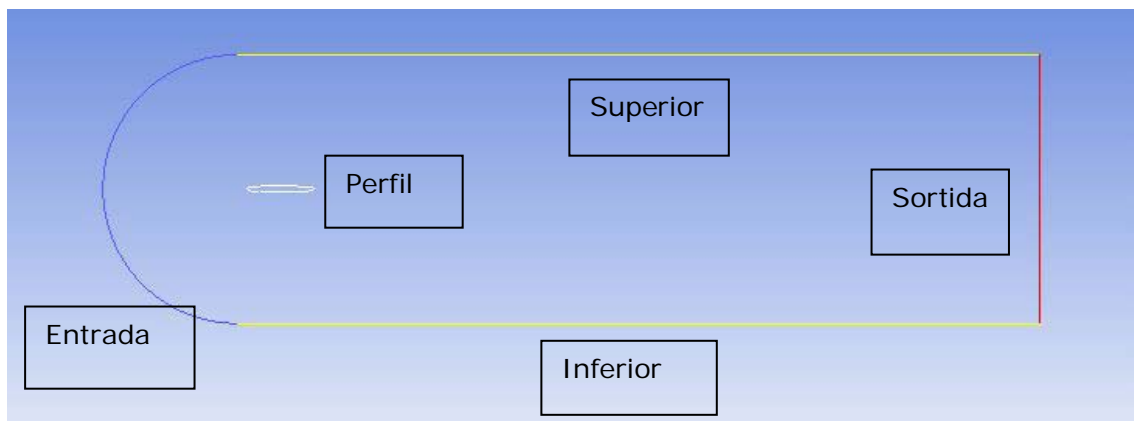
**Inlet (entrada):** s'especifica la velocitat d'entrada del fluid, aigua, en el domini, també s'ha especificat la longitud d'escala i el nivell de turbulència a l'entrada.

**Outlet (sortida):** s'especifica la pressió relativa a la zona de sortida, en aquest cas en totes les simulacions s'ha considerat que la pressió relativa a la sortida era nul·la. També s'havia d'especificar la longitud d'escala i la intensitat de la turbulència en la sortida.

**Perfil hidrodinàmic (wall):** s'ha considerat que el perfil hidrodinàmic es paret, això significa que en el seu contorn la velocitat ha de ser nul·la.

**Superior i inferior,** es considera que els contorns superiors e inferiors són simetria.

En la figura 4.1 es pot veure els diferents contorns que s'han utilitzat per imposar les condicions de contorn.



**Figura 4.1** Condicions de contorn en el domini

## CAPÍTOL 5: MALLA

En el mètode dels volums finits és necessari discretitzar el domini per poder aplicar les equacions diferencials en cadascun dels elements. El conjunt dels elements en que es discretitza el domini s'anomena malla i és un dels aspectes més determinants en el moment de resoldre problemes amb CFD. És primordial tenir una idea clara del problema físic i discretitzar el domini d'una forma en que els resultats que s'obtinguin puguin ser considerats vàlids. Les zones on existeix una variació més gran en els valors, requereix d'una malla més fina que permeti apreciar aquestes variacions, mentre que en les zones on no existeixin variacions o no siguin interessants per l'estudi la malla pot tenir menys qualitat.

En el present estudi la zona més influent en els resultats és la propera al perfil hidrodinàmic i la zona del deixant. En aquestes zones és on es produeix el desprendiment de la capa límit, es generen els vòrtexs i es produeix la transició del fluid de laminar a turbulent. Per calcular la distància de la primera cel·la en el perfil hidrodinàmic s'utilitza el valor del  $y^+$  i la següent fórmula:

$$y^+ = \frac{u_* y}{\nu}$$

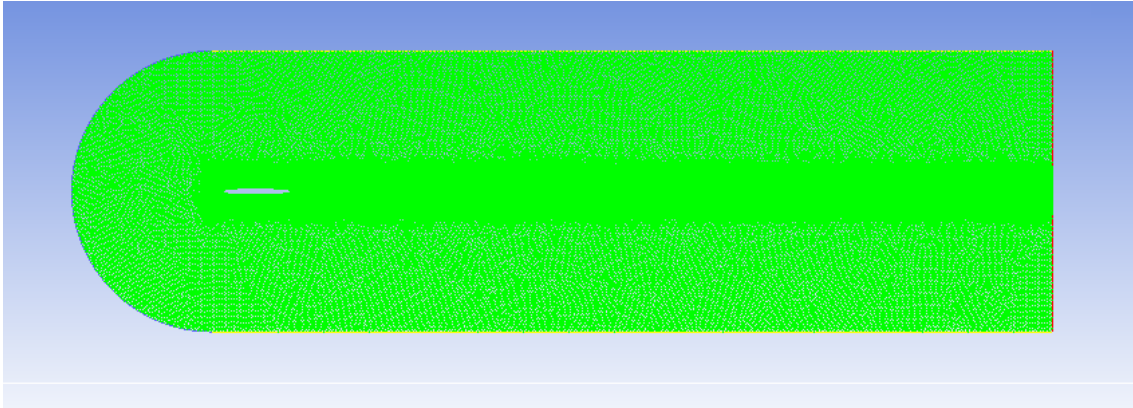
On  $u_*$  es calcula mitjançant la següent equació:

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

El valor de  $y^+$ , ha de ser menor que 1;  $\nu$ , i  $\rho$  depenen del fluid, en l'estudi aigua, i  $\tau_w$  és el tallant en la paret que s'ha d'aproximar, després de realitzar la simulació s'obté el valor de  $y^+$  i així es pot veure si l'aproximació de  $\tau_w$  era correcta.

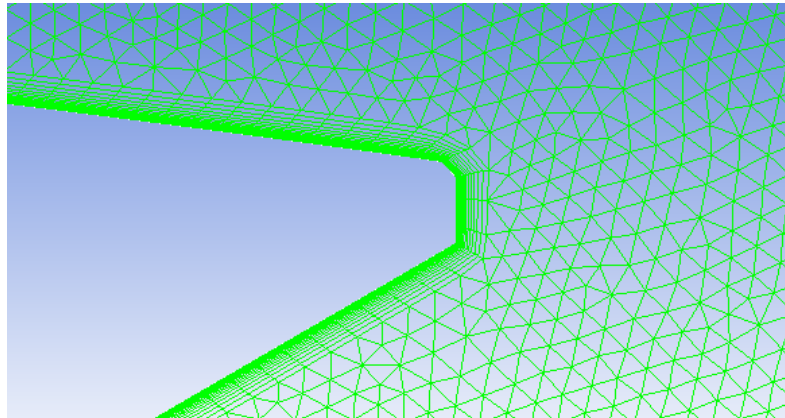
Amb aquest valor de distància de primera cel·la i tenint en compte el resultat esperat es realitza el mallat del domini. Es pot veure en la figura 5.1, que la malla és més fina en la zona pròxima al perfil hidrodinàmic i en tot el deixant. La

mallat s'ha realitzat amb elements triangulars ja que permeten una millor adaptabilitat a la geometria.



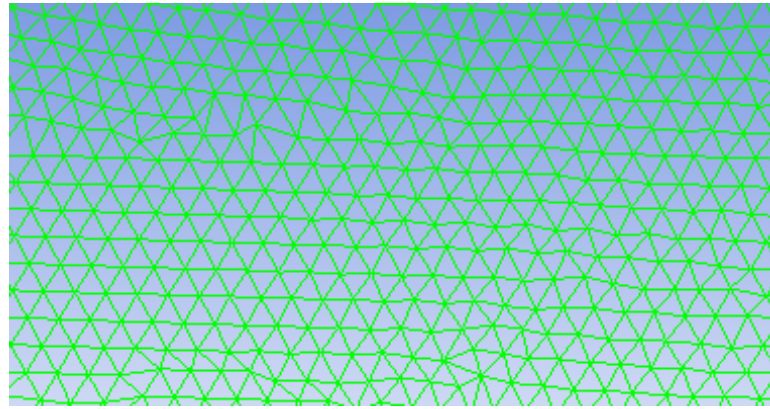
**Figura 5.1.** Visió general de la malla

En la figura 5.2 s'aprecia el mallat en el contorn del perfil hidrodinàmic, s'observa que en la zona més pròxima al perfil les divisions són més petites per poder obtenir uns bons resultats i apreciar el desprendiment de la capa límit. En aquesta zona els elements triangulars tenen una dimensió per costat de 0,3 mm aproximadament.



**Figura 5.2.** Detall de la malla de la zona del perfil

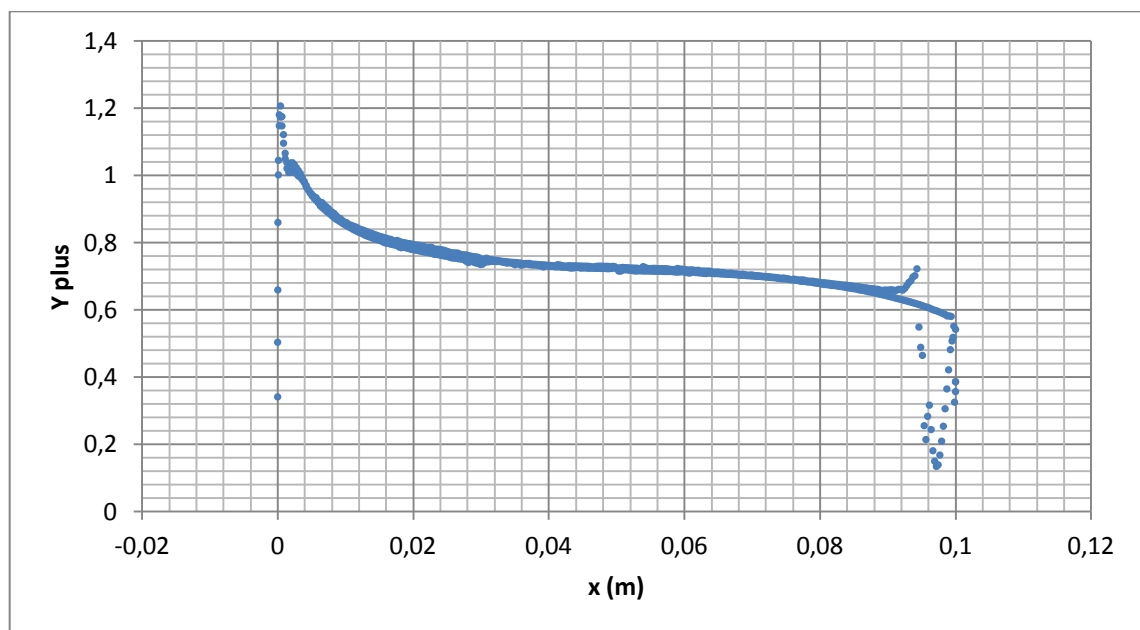
En la zona del deixant la mida de la base dels elements és de 0,4 mm ja que també és una zona d'interès on la velocitat sofreix moltes variacions.



**Figura 5.3.** Detall de la malla de la zona del deixant

Finalment en la zona més allunyada del perfil i fora del deixant la mida dels elements és de 5 mm, ja que és una zona on no hi ha variacions en la velocitat i sense interès en la resolució del problema.

Mitjançant el programa amb el que es realitzen les simulacions, Ansys Fluent, es pot avaluar el valor de  $y^+$ , en la zona pròxima al perfil.



**Figura 5.4.** Valor de  $y^+$  en la zona del perfil hidrodinàmic

La figura 5.4 mostra com el valor de  $y^+$  es situa al voltant de 0,8. Com s'ha comentat anteriorment, el valor de  $y^+$  ha de ser inferior a 1 en aquest tipus de problema, per aquest motiu es pot afirmar que la distància de la primera cel·la és correcta i donen per vàlides les consideracions fetes per calcular aquest valor.



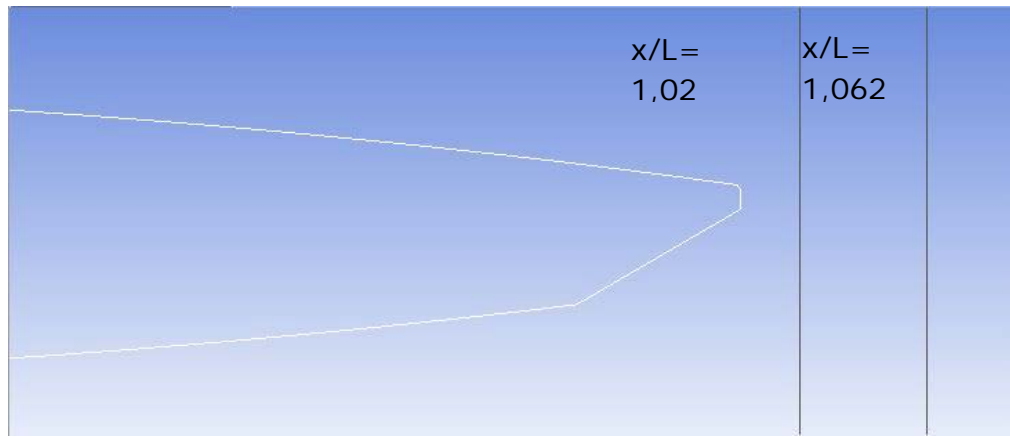


# CAPÍTOL 6: COMPARATIVA MODELS DE TURBULÈNCIA

En aquest capítol es mostren els resultats obtinguts realitzant la simulació amb els models de turbulència comentats en el capítol 4. Comparant aquests resultats amb els valors experimentals que es disposaven es podrà concloure quin es el model de turbulència que s'adapta millor al problema que s'està simulant.

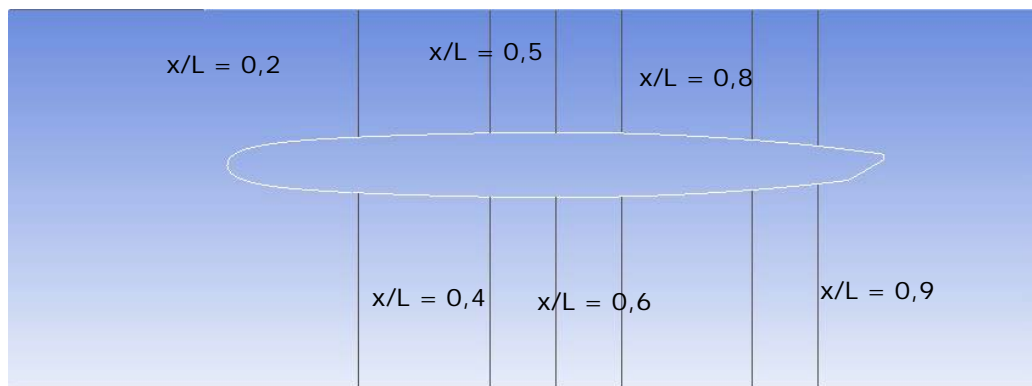
El models de turbulència que es comparen a continuació són el SST  $k-\omega$ , el Realizable  $k-\epsilon$ , el SST-Transition i el SAS.

Es disposen de valors experimentals per la velocitat mitjana en la direcció  $x$  i  $y$  en el deixant, concretament en els talls  $x/L=0,102$  i  $x/L=0,1062$  com es mostra en la figura 6.1. Considerant l'origen de coordenades en la punta del perfil hidrodinàmic i  $L$  la longitud del perfil, 100 mm. També es disposen dels valors experimentals de la freqüència, els valors de la freqüència en les simulacions s'han obtingut realitzant les transformades de Fourier (FFT) de les senyal del coeficient de *drag* ( $C_D$ ), resistència i del coeficient de *lift* ( $C_L$ ), sustentació.



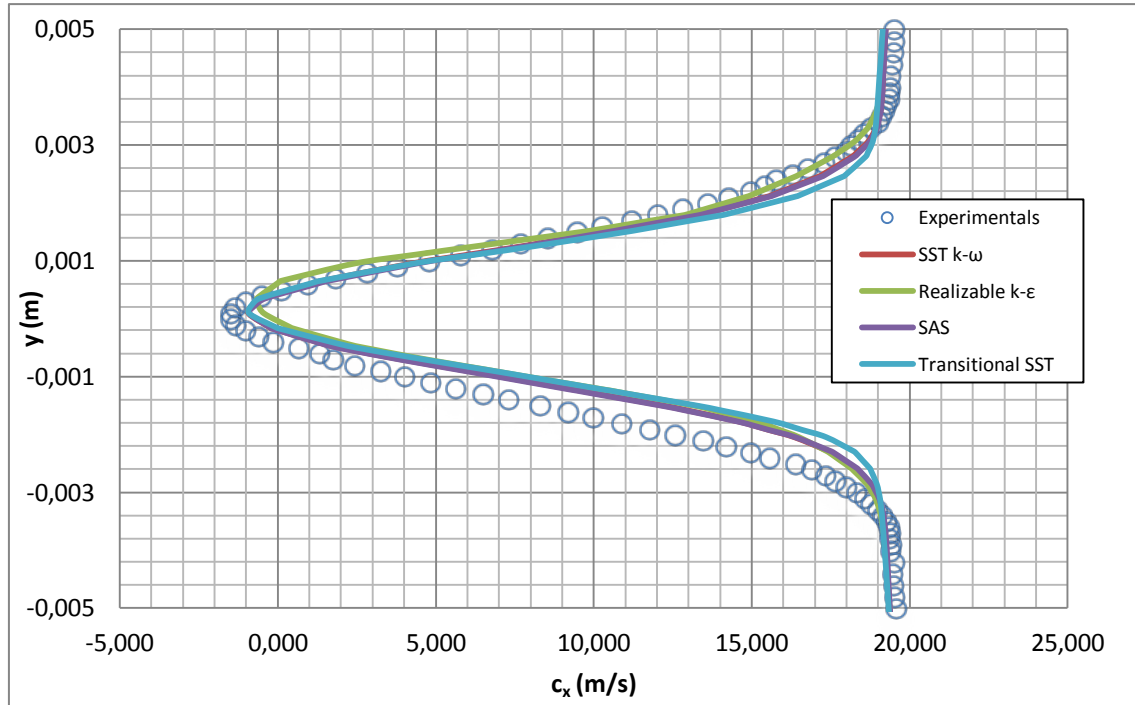
**Figura 6.1.** Talls de presa de resultats en el deixant

A més, s'han comparat les velocitats mitjanes en diferents talls realitzats sobre el perfil hidrodinàmic, on no es tenen valors experimentals, concretament en  $x/L=0,02$ ;  $x/L=0,04$ ;  $x/L=0,05$ ;  $x/L=0,06$ ;  $x/L=0,08$ ;  $x/L=0,09$  com es mostra en la figura 6.2. Amb les velocitats als diferents talls del perfil es pot comparar com s'adapten els diferents models de turbulència a la transició de flux laminar al inici del perfil a flux turbulent al final del perfil. Relacionat amb això, amb els perfils de velocitats als diferents talls es pot observar el fenomen de desprendiment de la capa límit.

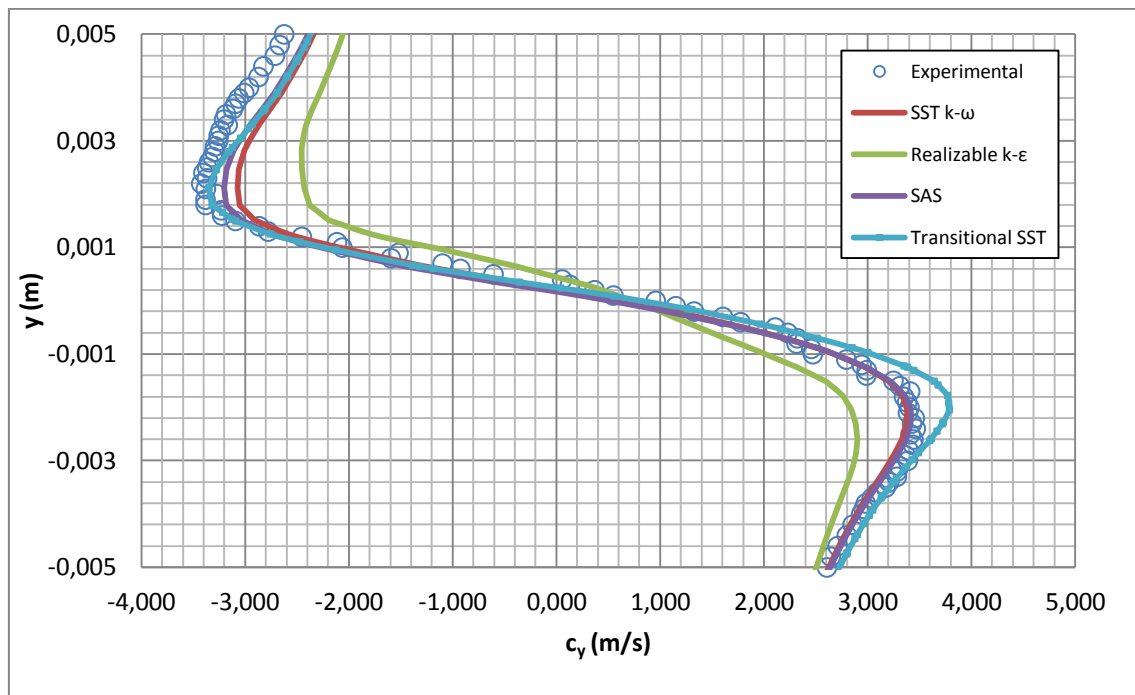


**Figura 6.2.** Talls de presa de resultats en el perfil

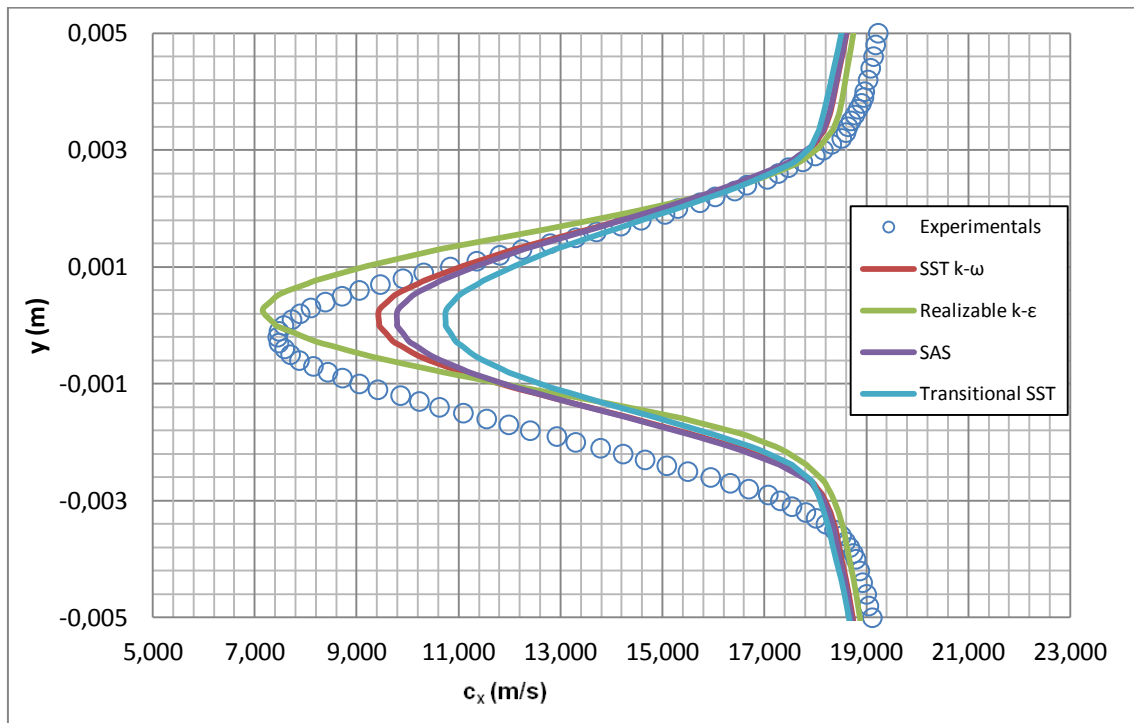
## 6.1 Velocitats mitjanes en el deixant



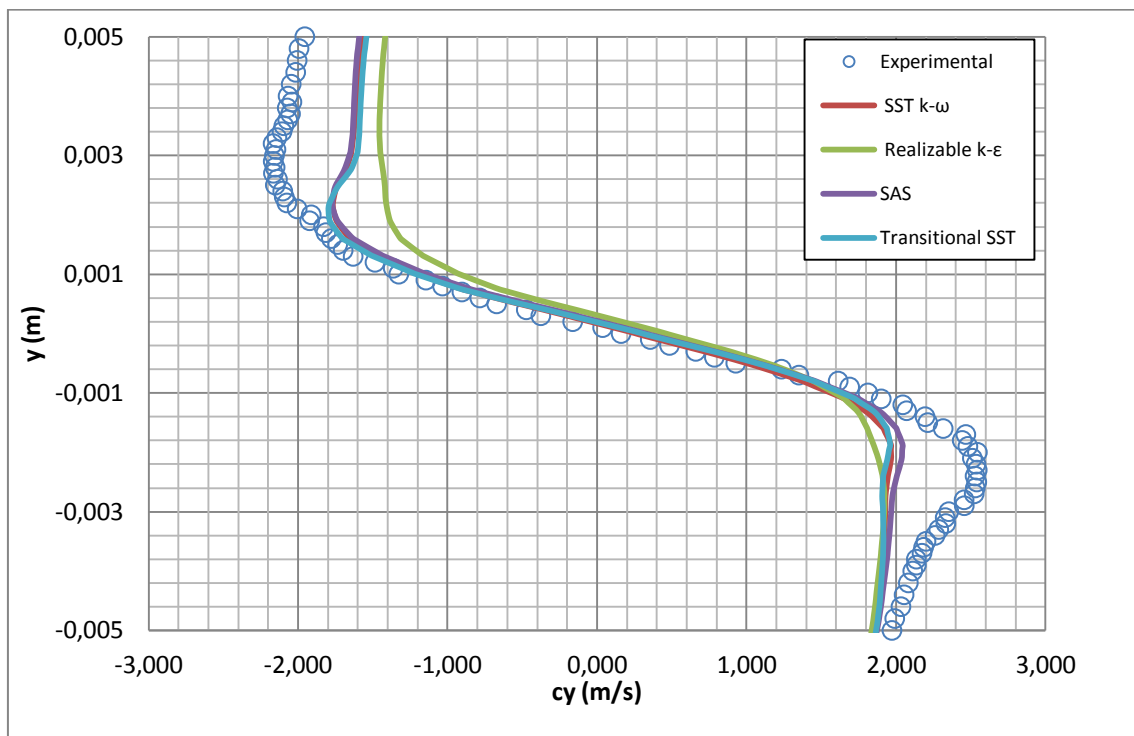
**Figura 6.3.** Velocitat mitja  $c_x$  a  $x/L = 1,02$  (deixant)



**Figura 6.4.** Velocitat mitja  $c_y$  a  $x/L = 1,02$  (deixant)



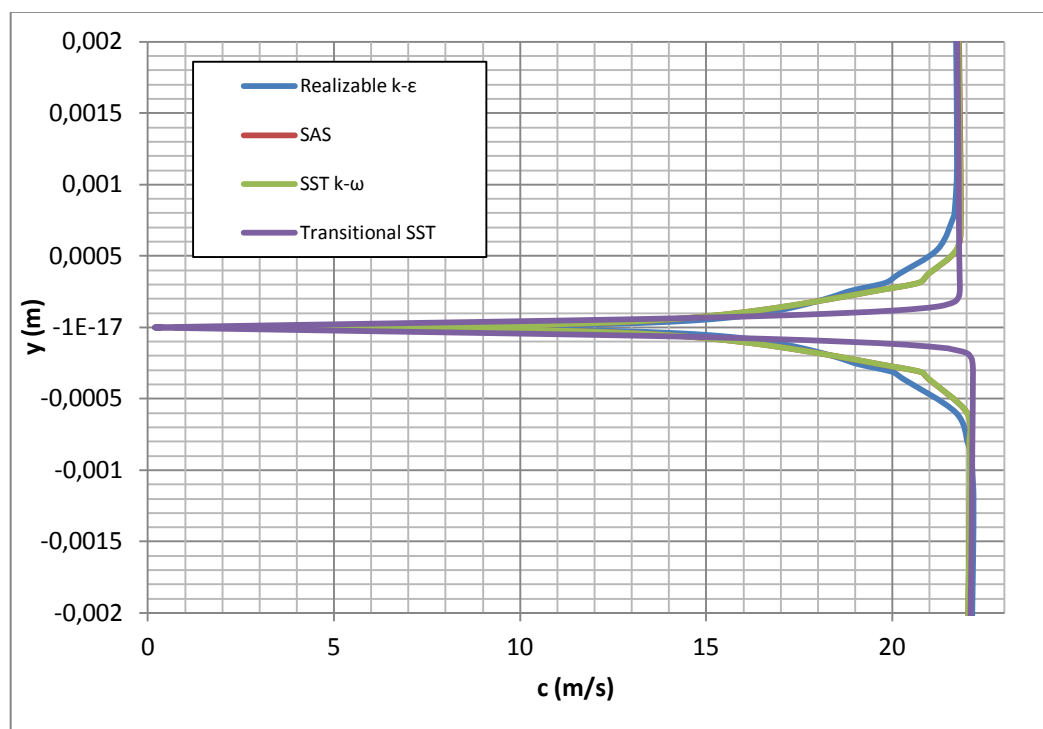
**Figura 6.5.** Velocitat mitja  $c_x$  a  $x/L = 1,062$  (deixant)



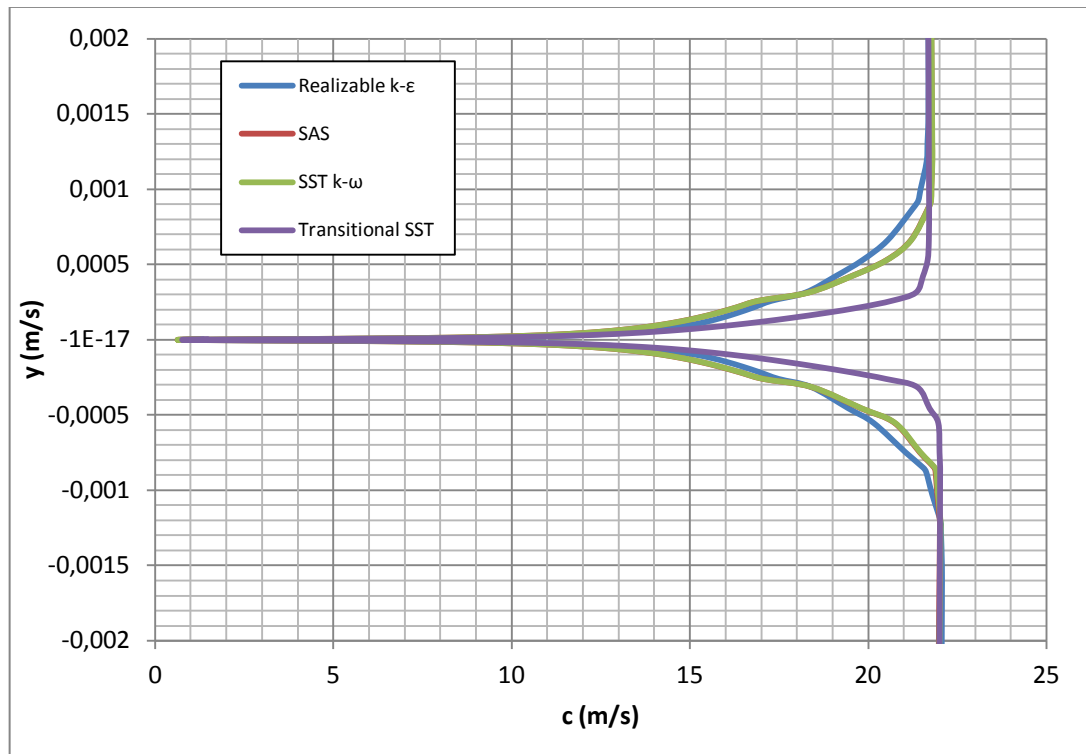
**Figura 6.6.** Velocitat mitja  $c_y$  a  $x/L = 1,062$  (deixant)

En les figures 6.1 i 6.2 s'observa com en  $x/L=0,102$ , el tall més pròxim al perfil hidrodinàmic, els resultats obtinguts mitjançant les simulacions s'aproximen força als valors experimentals. Mentre que en el tall més allunyat,  $x/L=0,1062$  la desviació entre els valors experimentals i els valors simulats és més gran. Això es degut a que en els punts més allunyats del perfil els vòrtexs que es generen tenen un comportament més complex i amb les simulacions és difícil obtenir un resultat molt pròxim al experimental. Tot i així els valors de velocitats obtinguts mitjançant simulació tenen un comportament similar al experimental.

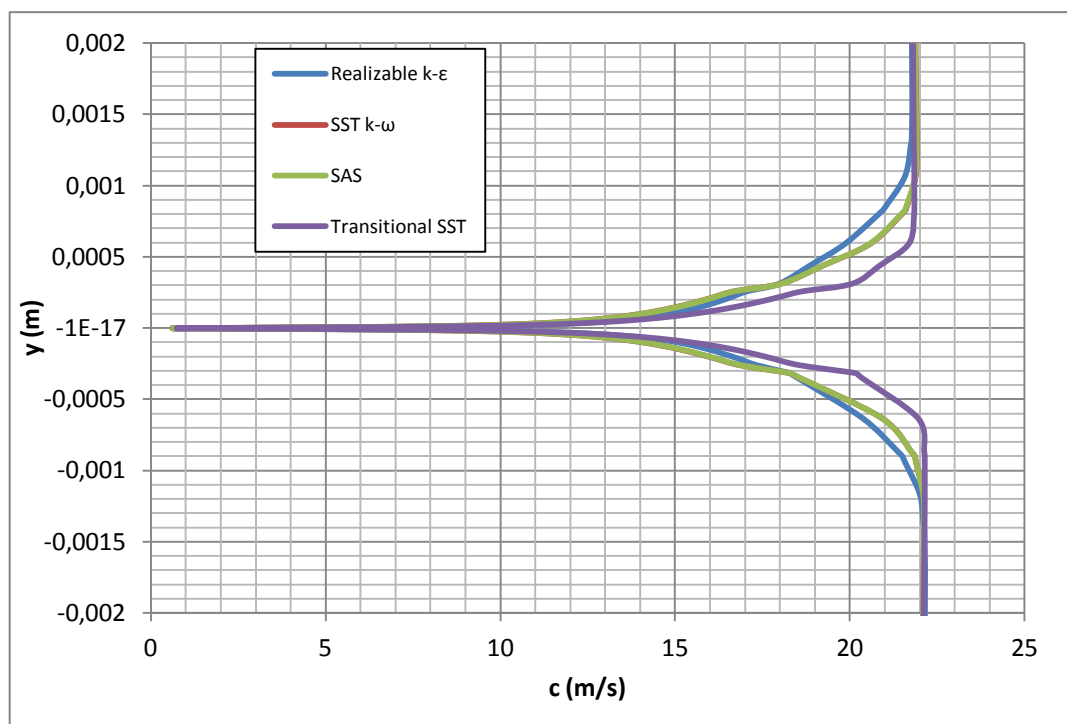
## 6.2 Velocitats mitjanes en el perfil



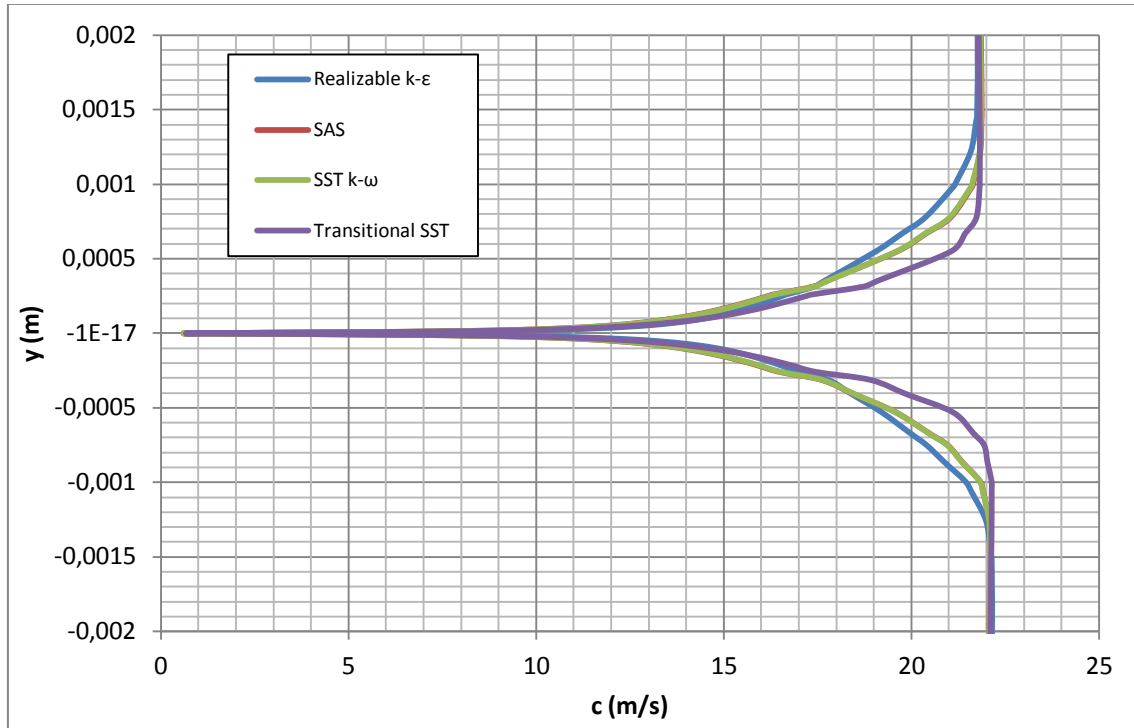
**Figura 6.7.** Perfil de velocitats mitjanes a  $x/L=0,2$  (perfil)



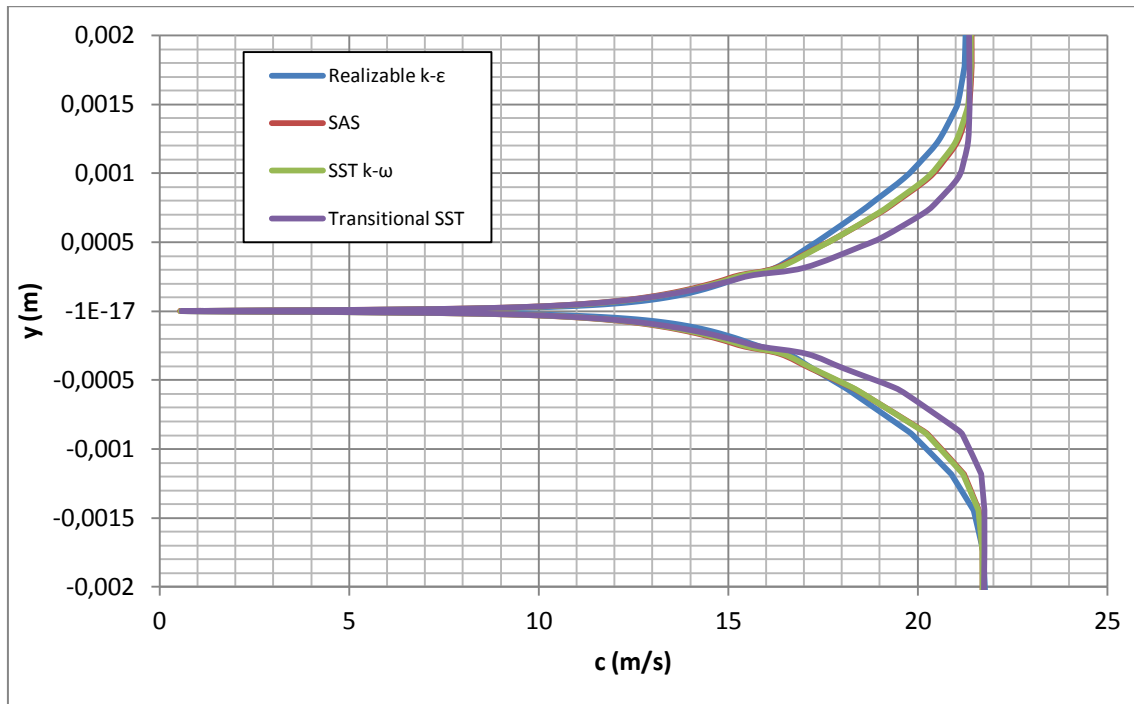
**Figura 6.8.** Perfil de velocitats mitjanes a  $x/L=0,4$  (perfil)



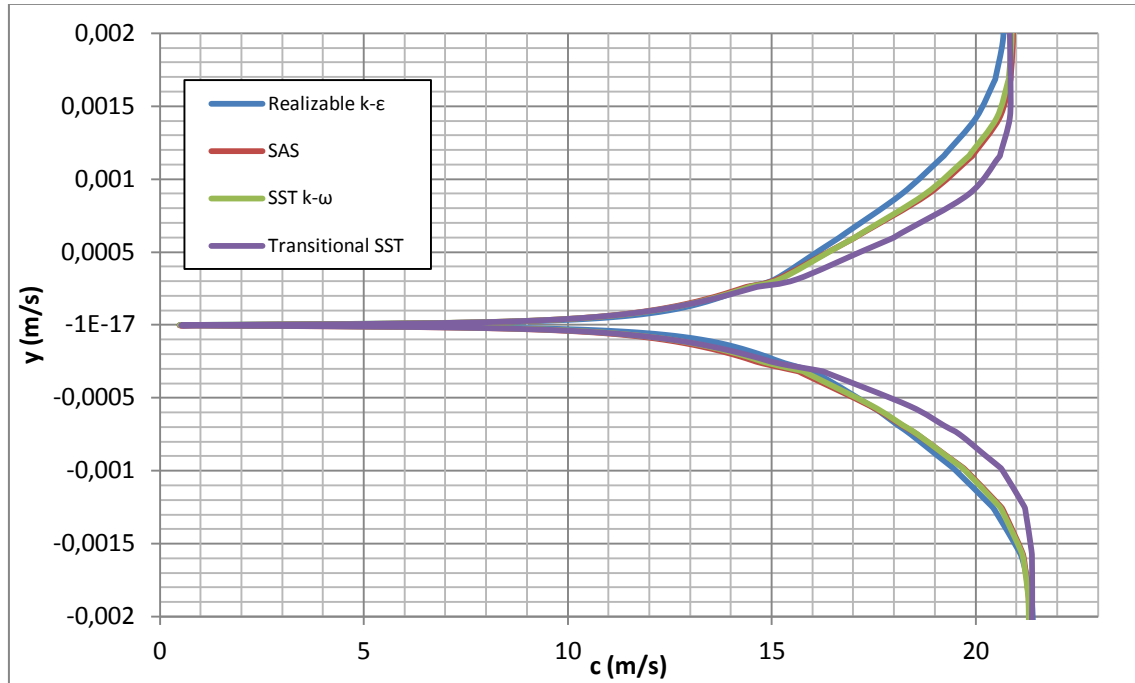
**Figura 6.9.** Perfil de velocitats mitjanes a  $x/L=0,5$  (perfil)



**Figura 6.10.** Perfil de velocitats mitjanes a  $x/L=0,6$  (perfil)



**Figura 6.11.** Perfil de velocitats mitjanes a  $x/L=0,8$  (perfil)



**Figura 6.12.** Perfil de velocitats mitjanes a  $x/L=0,9$  (perfil)

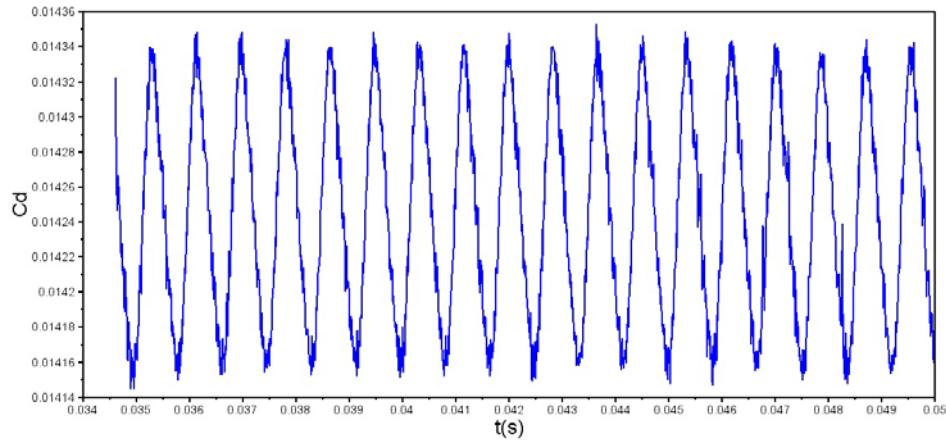
En les figures anteriors s'observa com el flux comença amb un comportament laminar i acaba amb un comportament completament turbulent. El model SST-Transition és el que modelitza millor la transició del flux, al inici del perfil té un comportament completament laminar a diferència dels altres models de turbulència. El model Realizable  $k-\epsilon$ , per contra, és el que té un comportament més allunyat al esperat. Mentre que els models SAS i SST  $k-\omega$  tenen un comportament entremig dels dos extrems.

També s'aprecia en les figures anteriors el creixement de l'espessor de la capa límit en el perfil.

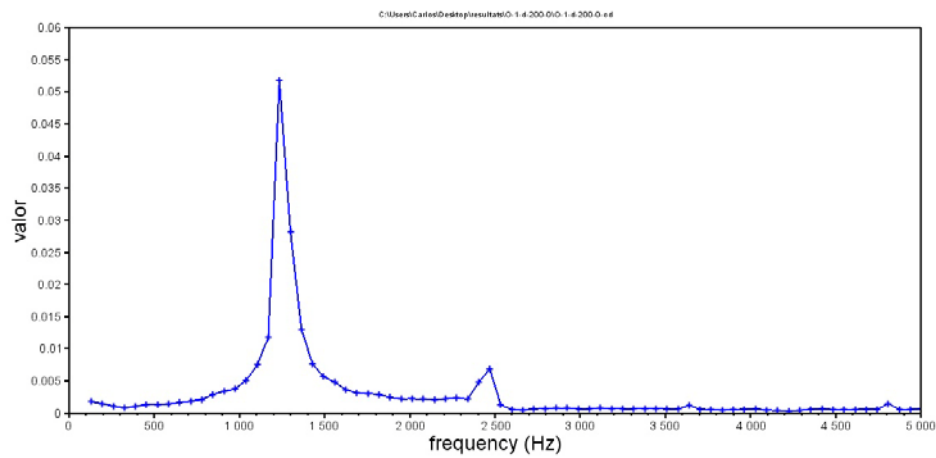


## 6.3 Senyals i FFT de $C_D$ i $C_L$

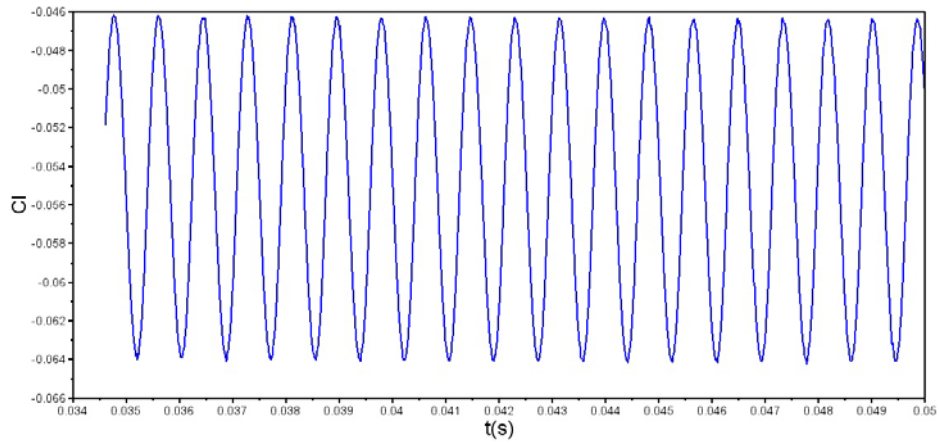
### 6.3.1 Model Realizable k- $\epsilon$



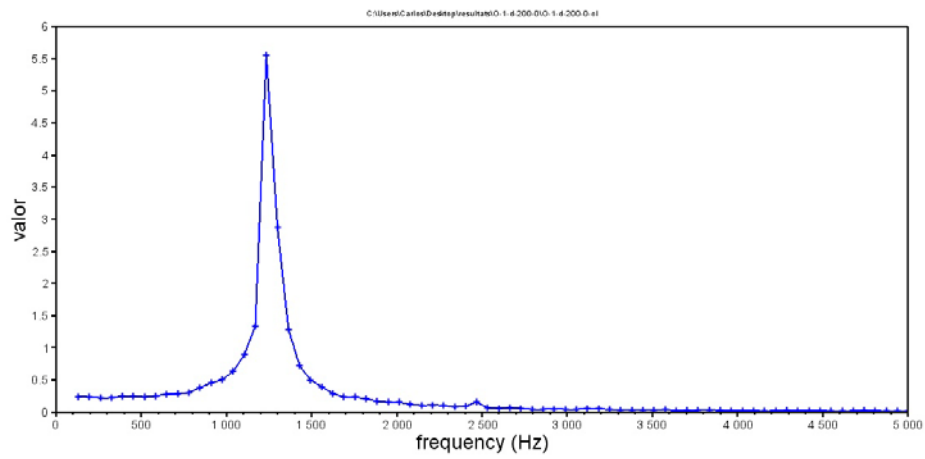
**Figura 6.13.** Senyal de  $C_D$  en el model Realizable k- $\epsilon$



**Figura 6.14.** FFT de la senyal  $C_D$  en el model Realizable k- $\epsilon$

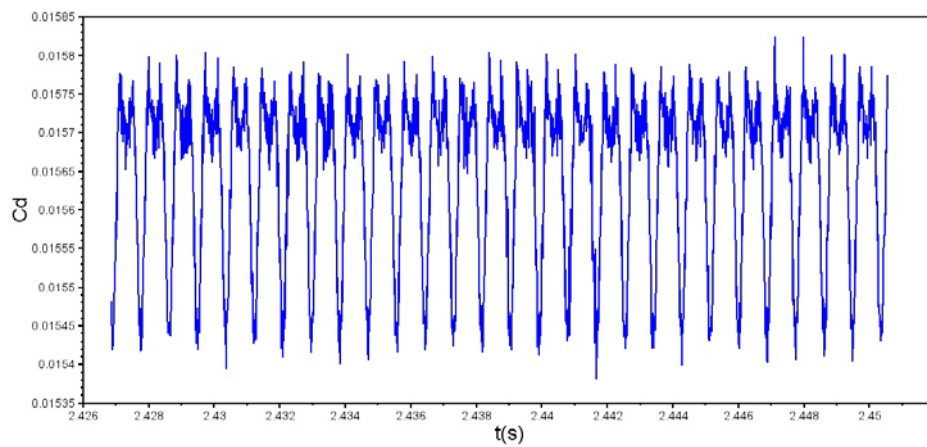


**Figura 6.15.** Senyal de  $C_L$  en el model Realizable  $k-\varepsilon$

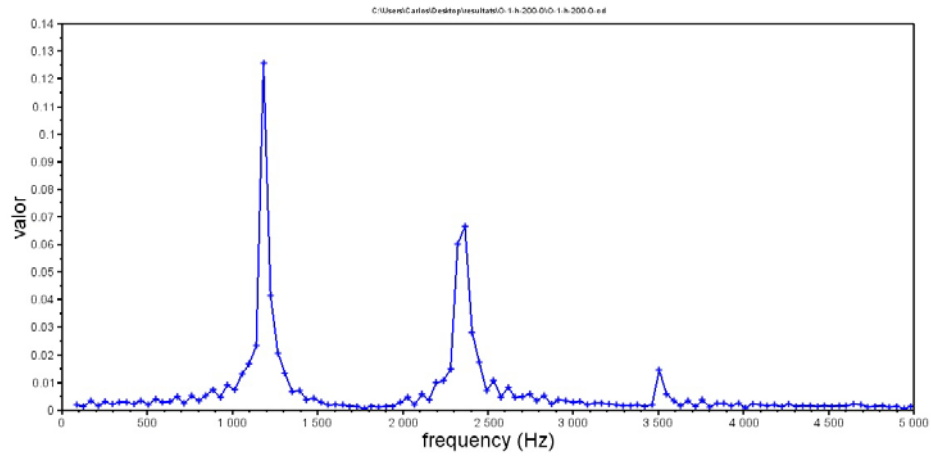


**Figura 6.16.** FFT de la senyal  $C_L$  en el model Realizable  $k-\varepsilon$

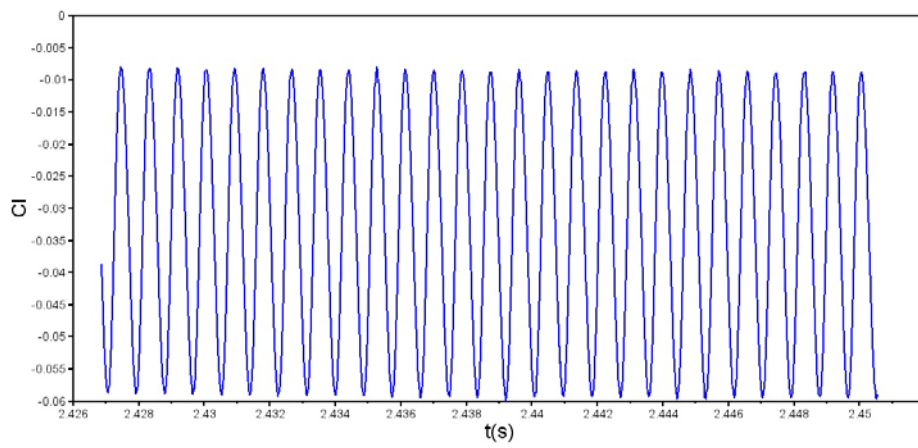
### 6.3.2 Model SST $k-\omega$



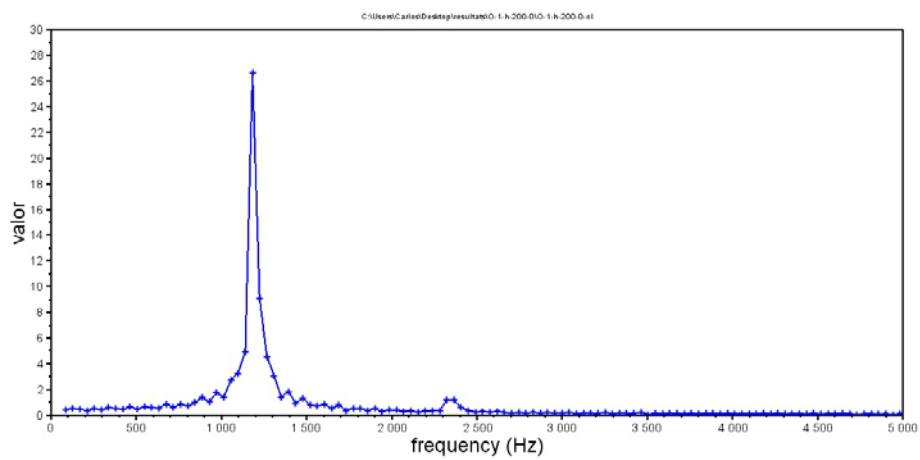
**Figura 6.17.** Senyal de  $C_D$  en el model SST  $k-\omega$



**Figura 6.18.** FFT de la senyal  $C_D$  en el model SST  $k-\omega$

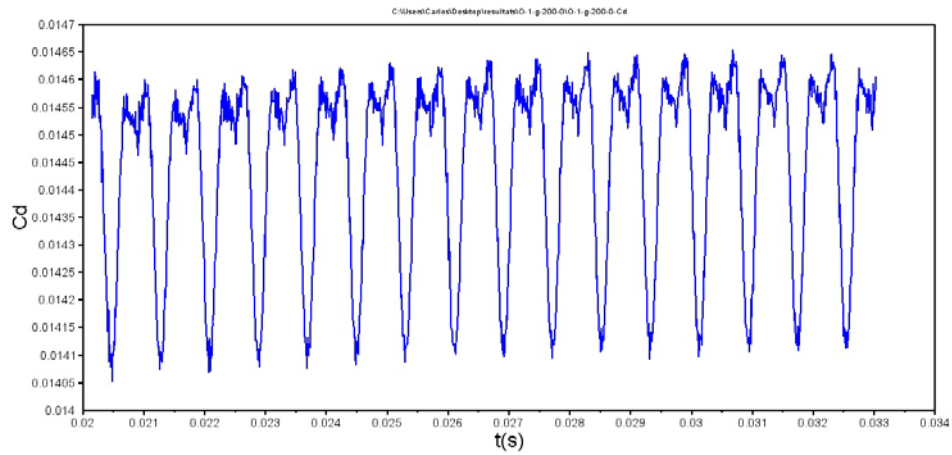


**Figura 6.19.** Senyal de  $C_L$  en el model SST  $k-\omega$

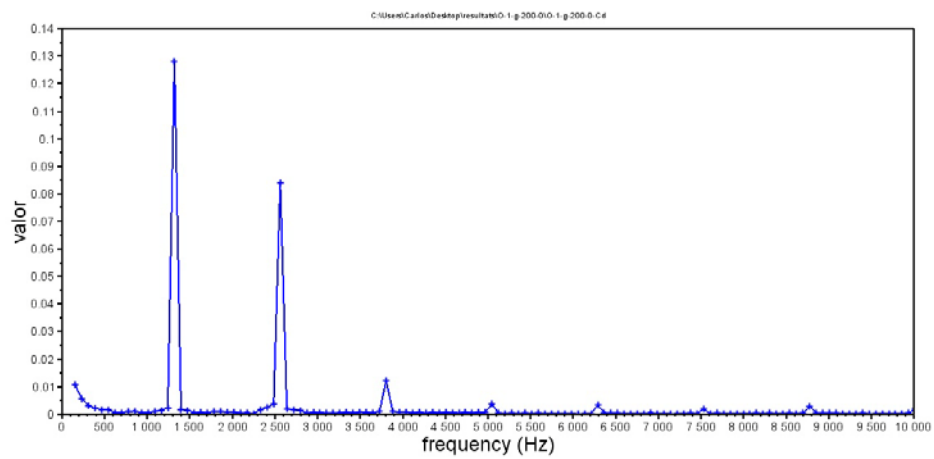


**Figura 6.20.** FFT de la senyal  $C_L$  en el model SST  $k-\omega$

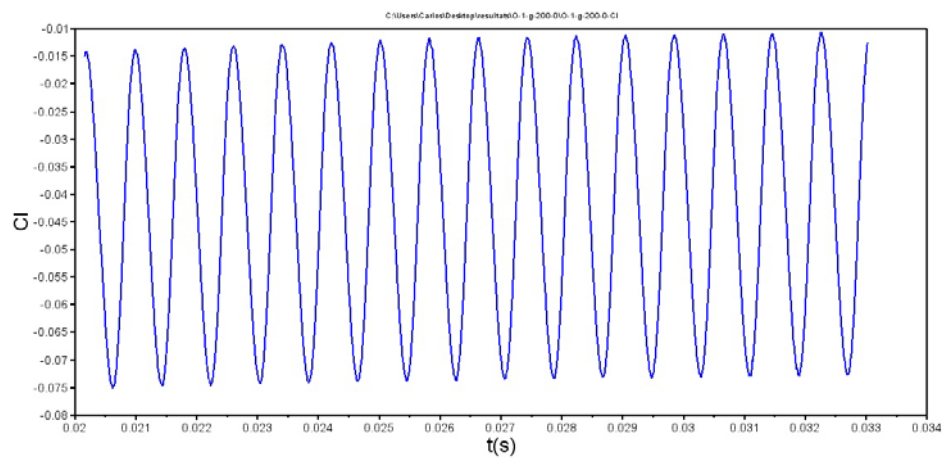
### 6.3.3 Model Transition-SST



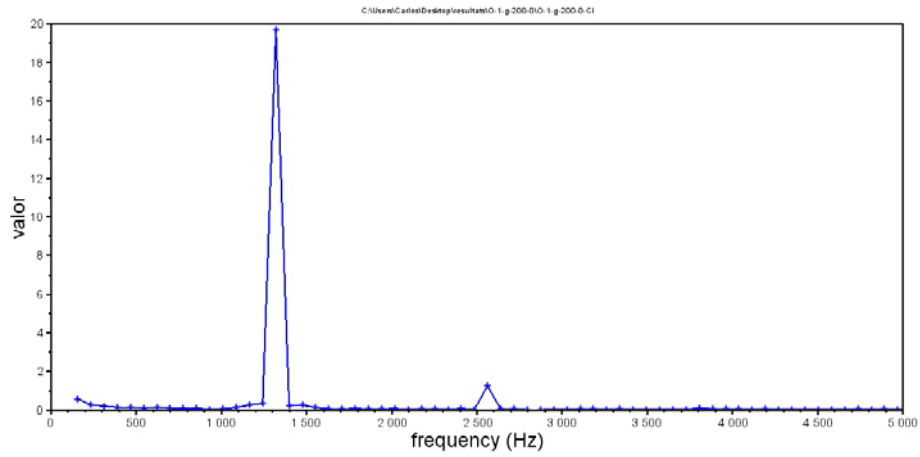
**Figura 6.21.** Senyal de  $C_D$  en el model Transition-SST



**Figura 6.22.** FFT de la senyal  $C_D$  en el model Transition-SST

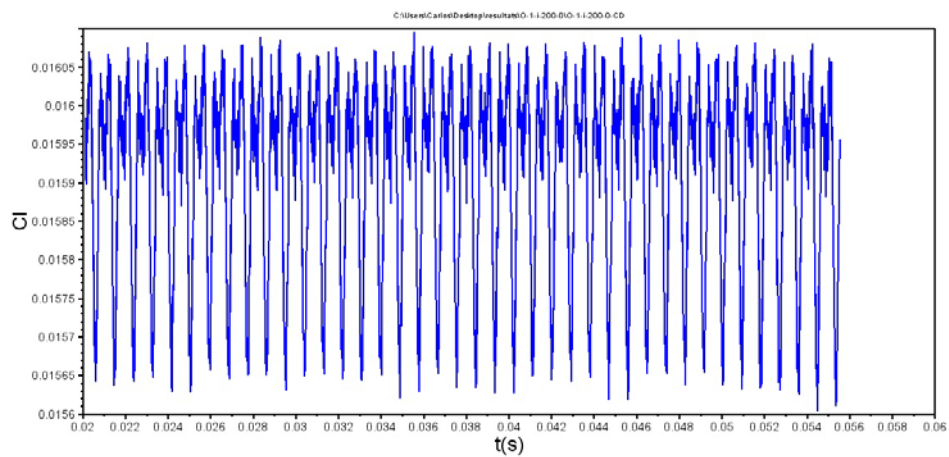


**Figura 6.23.** Senyal de  $C_L$  en el model Transition-SST

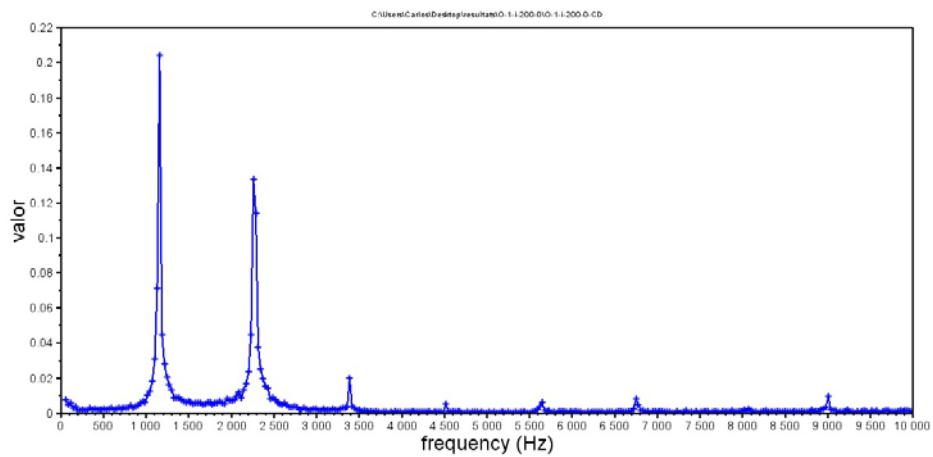


**Figura 6.24.** FFT de la senyal  $C_L$  en el model Transition-SST

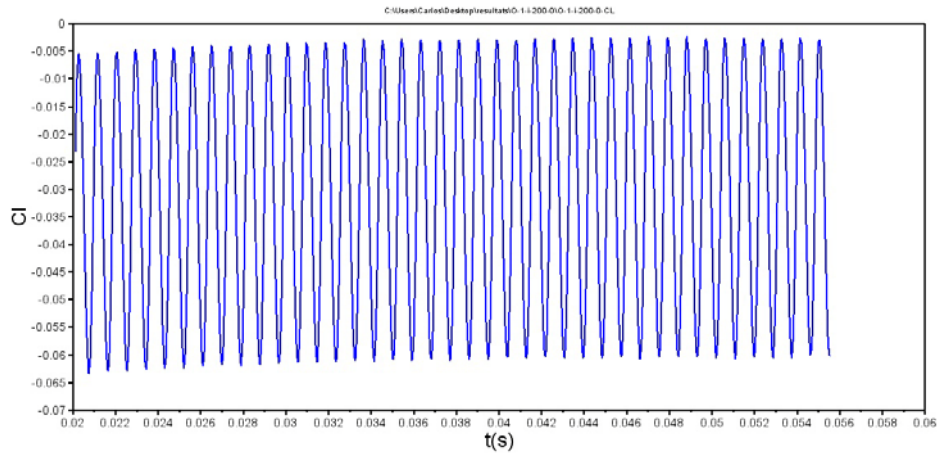
### 6.3.2 Model SAS



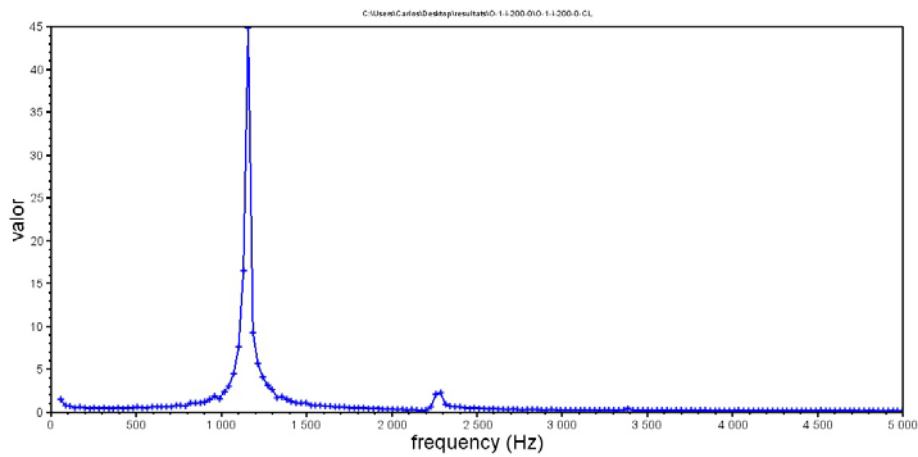
**Figura 6.25.** Senyal de  $C_D$  en el model SAS



**Figura 6.26.** FFT de la senyal  $C_D$  en el model SAS



**Figura 6.27.** Senyal de  $C_L$  en el model SAS



**Figura 6.28.** FFT de la senyal  $C_D$  en el model SAS

**Taula 6.1** Taula comparativa diferents freqüències obtingudes en cada model

	Freqüència (Hz)	$C_D$	Freqüència (Hz)	$C_L$	Error (%)	relatiu
<b>Realizable k-<math>\epsilon</math></b>	1169,6		1169,6		12,78	
<b>SST k-<math>\omega</math></b>	1140,2		1140,2		9,95	
<b>SST-transition</b>	1242,23		1242,23		19,79	
<b>SAS</b>	1129,3		1129,3		8,9	
Valor experimental:					1037 Hz	

El model SST-Transisiton és el que mostra un error relatiu més gran, això és degut a que és un model que descriu molt bé la transició del flux de laminar a turbulent, per contra quan el flux ja és completament turbulent no s'obtenen uns resultats tan acurats com s'aprecia en la figura 6.5, on el model SST-Transition és el més allunyat dels valor experimentals, mentre que en les figures 6.7 a 6.12 és el que millor descriu la transició del flux sobre el perfil.

En quan a càlcul de freqüències el model Realizable k- $\epsilon$ , es situa força lluny del valor experimental de la freqüència, a més, com s'aprecia en les figures 6.4 i 6.6 és el model que s'ajusta pitjor a les velocitats en el deixant.

Comparant les freqüències obtingudes amb cada model de turbulència s'observa que els models SAS i SST k- $\omega$  són els dos que donen un resultat més pròxim al valor experimental. El model SAS és una transformació del model SST k- $\omega$ , per això en alguns casos com en el present estudi les variacions entre els dos models són petites. Aquests dos models també s'ajusten força bé en les velocitats en el deixant com es pot veure en les figures 6.3 a 6.6.

Per aquests motius es decideix que l'estudi amb variació d'angles d'atac es realitzarà mitjançant el model SAS ja que és amb el qual s'obté una millor aproximació al valor experimental de la freqüència.

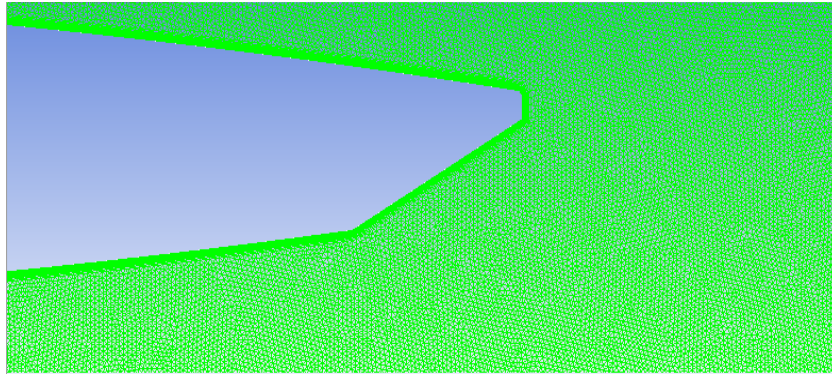




# **CAPÍTOL 7: COMPARATIVA DE MALLES**

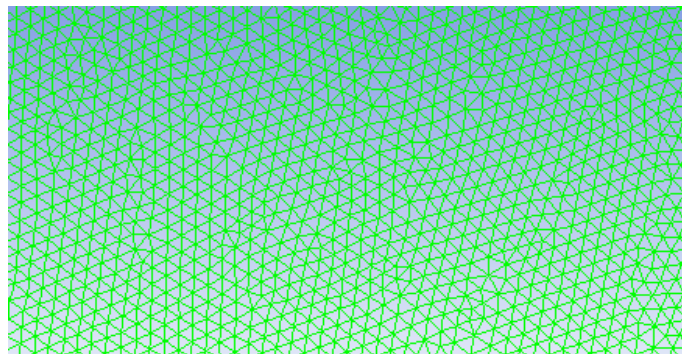
Per comprovar que el resultat no depèn de la forma i qualitat de la malla s'ha de realitzar un estudi de sensibilitat de malla. Aquest estudi consisteix en refinar la malla emprada en les simulacions anteriors i mitjançant un dels models de turbulència simular de nou el problema amb les mateixes condicions que l'estudi anterior. Si no existeix una gran variació en els resultats obtinguts amb la nova malla es considera que la malla emprada ja es prou bona i no és necessària una malla més refinada. Si per contra la variació en els resultats entre les dues malles fossin considerables seria convenient realitzar una nova malla més refinada per obtenir uns resultats més acurats i determinar que la malla no afecta en el resultat.

Per realitzar l'estudi de refinament de malla a continuació es comparen els valors obtinguts en el capítol 6 mitjançant la malla descrita en el capítol 5, que anomenem malla 1, amb una nova malla refinada, que anomenem malla 2. En els dos casos els valors simulats s'obtenen amb el mateix model de turbulència, en aquest cas el model SST  $k-\omega$ .



**Figura 7.1.** Detall de la malla 2 en la zona pròxima al perfil

Els elements pròxims al perfil hidrodinàmic tenen una mida de 0,15 mm i en la zona del deixant la mida dels elements és de 0,2mm.



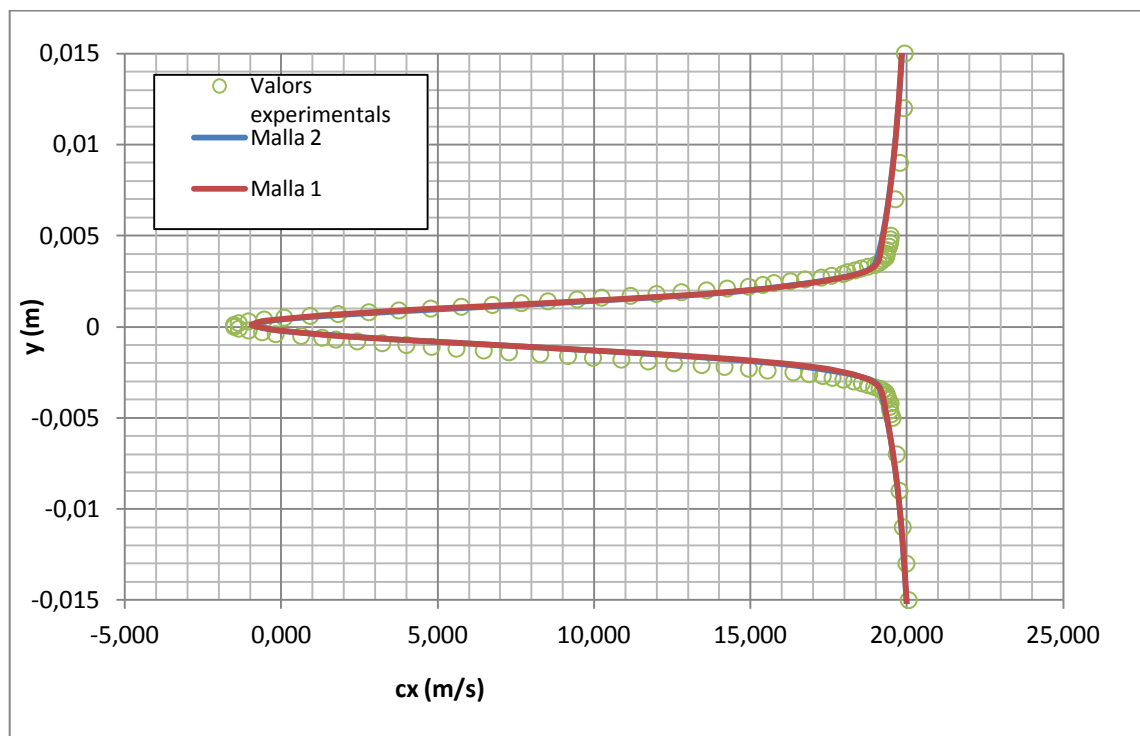
**Figura 7.2.** Detall de la malla 2 en la zona del deixant

En la taula 7.1 s'observa com en la malla 2 s'han refinat les zones pròximes al perfil i la zona del deixant ja que són les zones on es produeixen més variacions en les quantitats d'estudi. Per contra, en les zones allunyades dels fenòmens principals d'estudi, la generació de vòrtexs i el desprendiment de la capa límit, la mida dels elements s'ha mantingut constant.

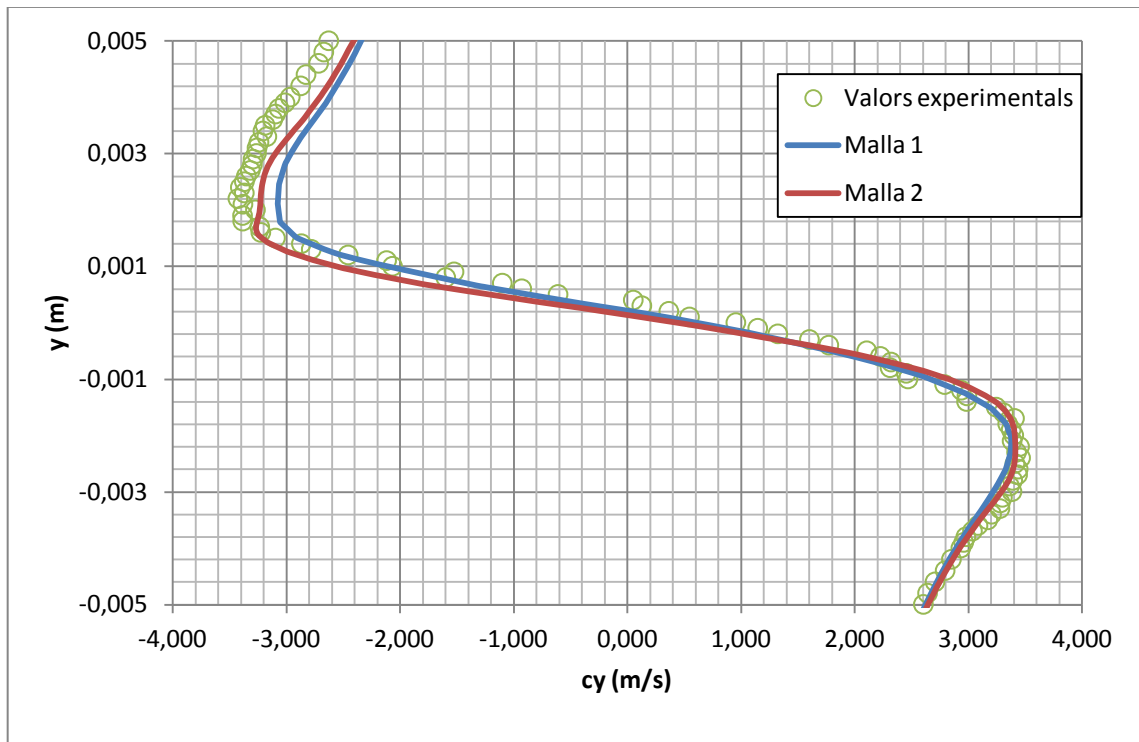
**Taula 7.1.** Comparativa dels elements en malla 1 i malla 2

	Malla 1	Malla 2
Zona perfil hidrodinàmic	0,3 mm	0,15 mm
Zona del deixant	0,4 mm	0,2 mm
Zona allunyada	5 mm	5 mm
Nombre d'elements	1104539	1547506
Nombre de nodes	559861	756474

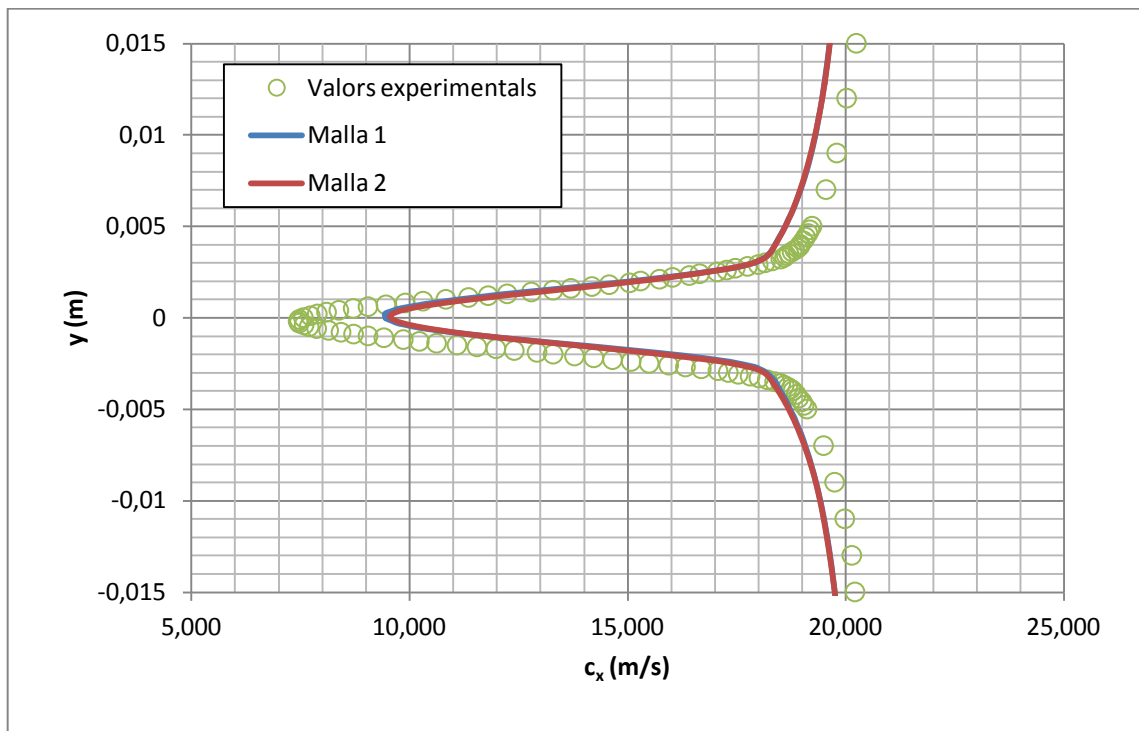
## 7.1 Velocitats mitjanes en el deixant



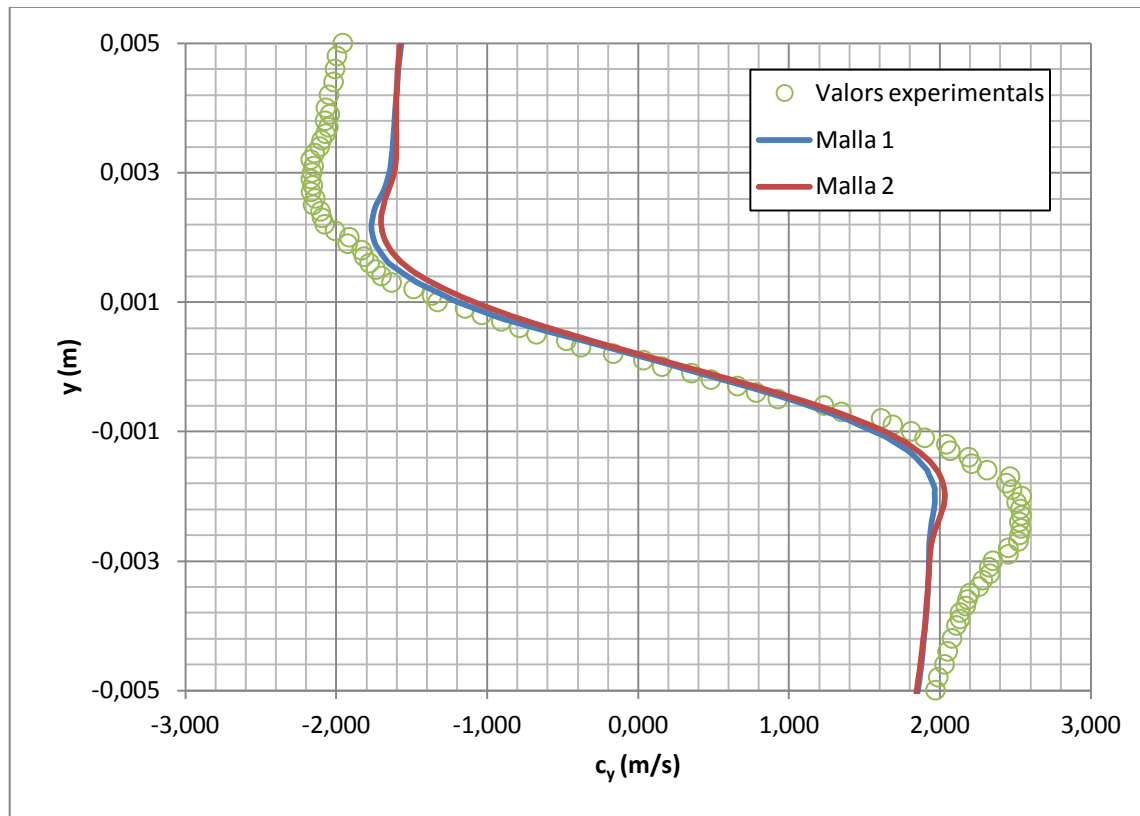
**Figura 7.3.** Velocitat mitja  $c_x$  a  $x/L = 1,02$  (deixant)



**Figura 7.4.** Velocitat mitja  $c_y$  a  $x/L = 1,02$  (deixant)



**Figura 7.5.** Velocitat mitja  $c_x$  a  $x/L = 1,062$  (deixant)

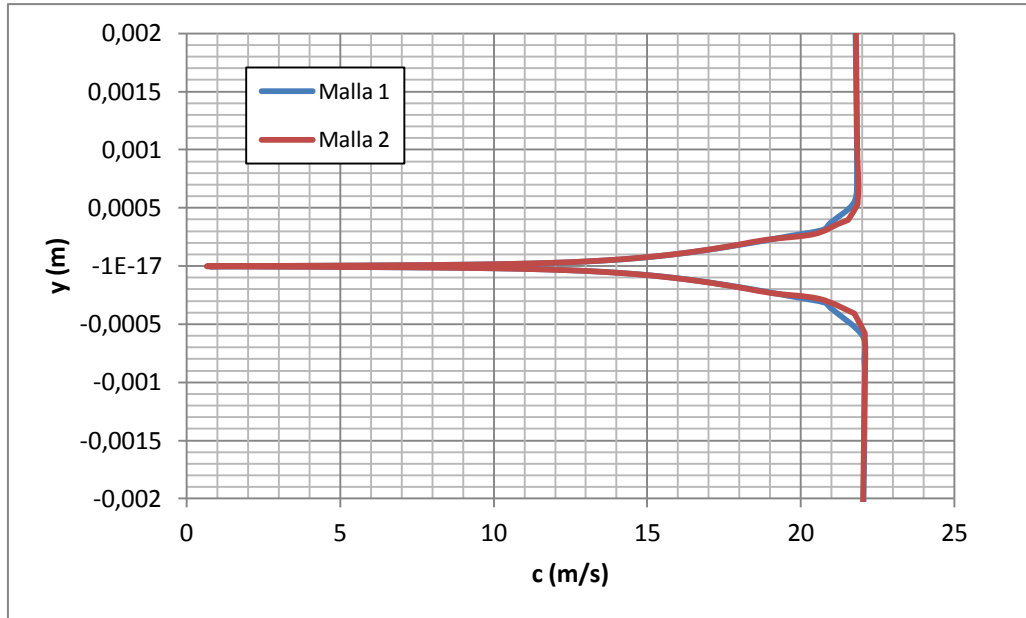


**Figura 7.6.** Velocitat mitja  $c_y$  a  $x/L = 1,062$  (deixant)

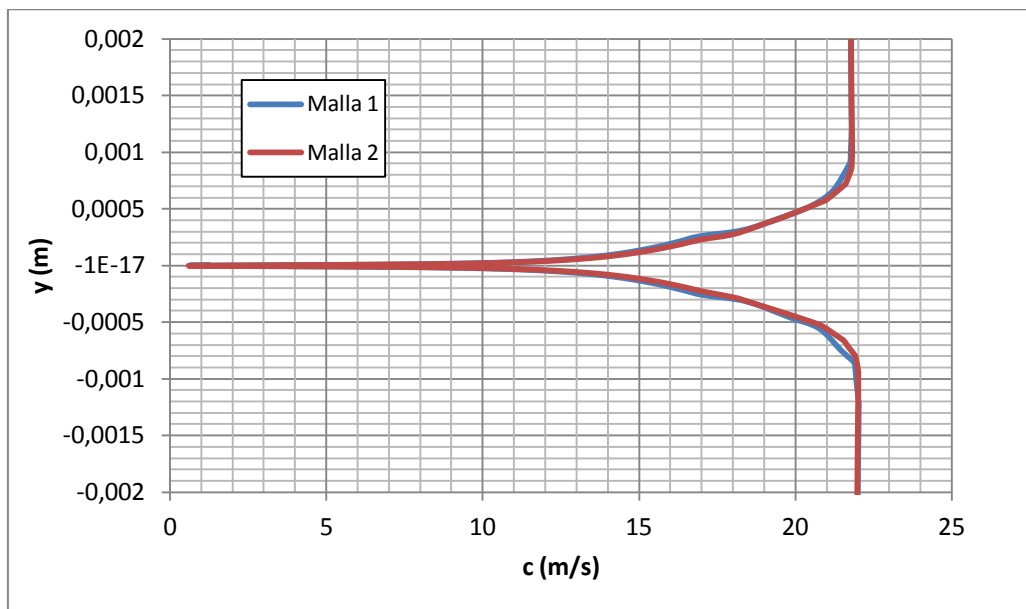
En la comparativa de les figures anteriors s'observa que la diferencia entre els resultats obtinguts en el deixant amb la malla 1 i la malla 2 és molt petita. En la figura 7.4 s'aprecia com la malla 2 s'ajusta més als valors experimentals però en els altres casos la variació és menys previsible. En el tall més allunyat del perfil hidrodinàmic,  $x/L = 1,062$ , la malla 2 tampoc aconsegueix millorar els resultats de la malla 1. Això és normal ja que com més s'allunya del perfil la turbulència augmenta i és més difícil modelar el comportament del fluid en aquesta zona.

Amb aquests resultats es pot afirmar que el benefici de refinar la malla és petit comparat amb l'augment de càlculs que s'han de realitzar per resoldre la segona malla.

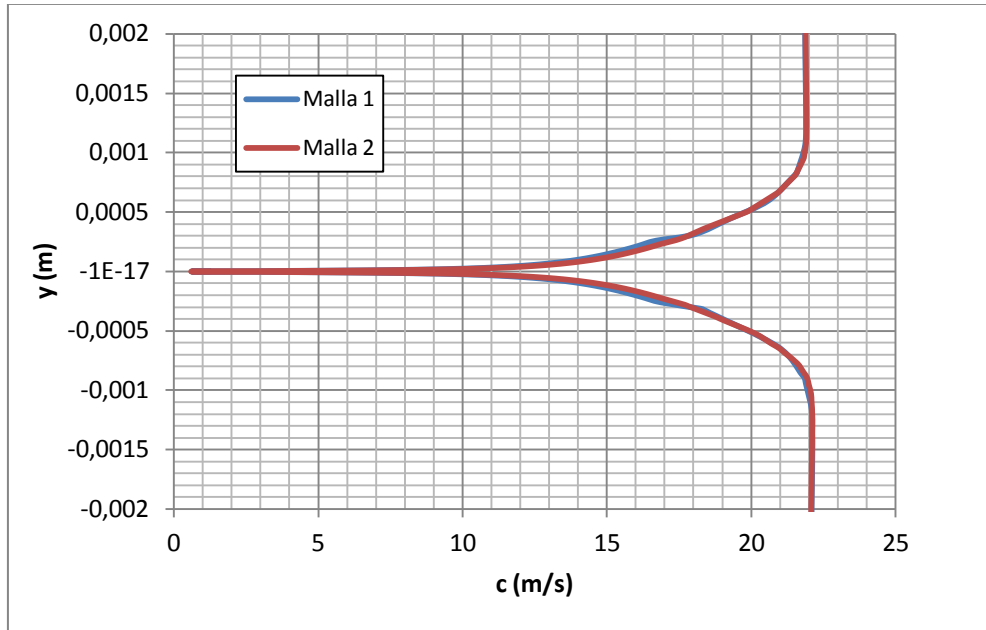
## 7.2 Velocitats mitjanes en el perfil



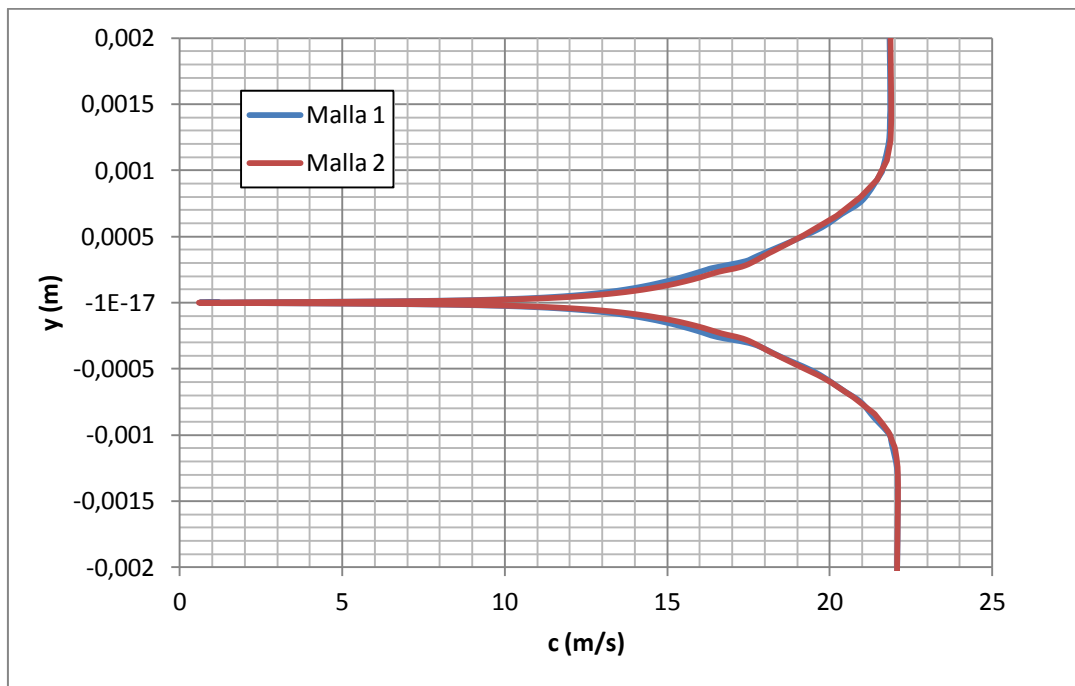
**Figura 7.7.** Perfil de velocitats mitjanes a  $x/L=0,02$  (perfil)



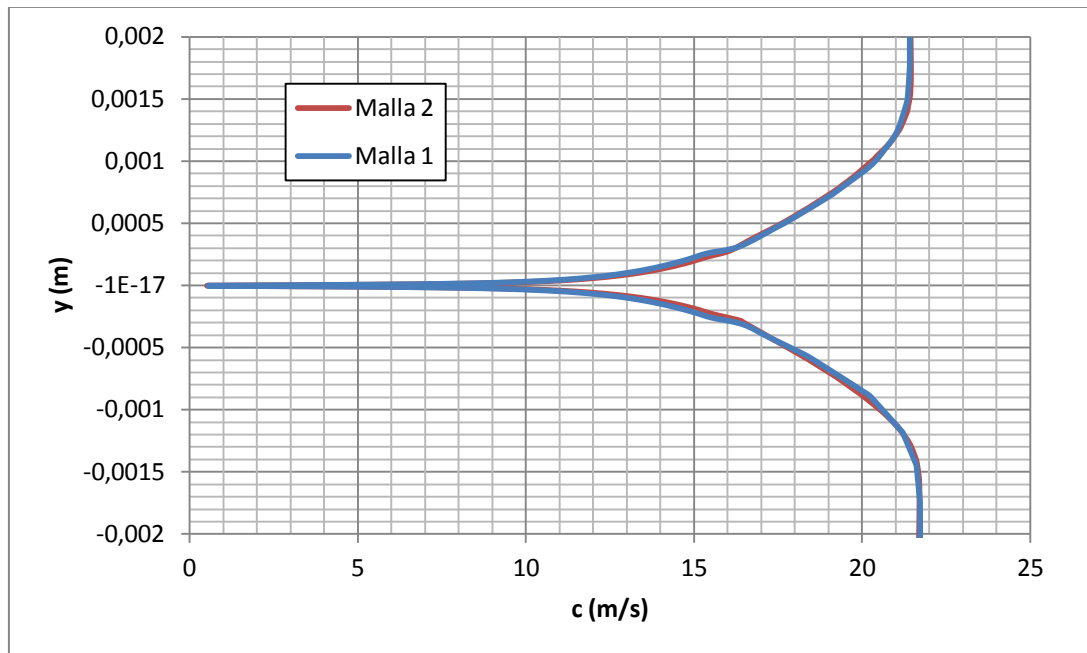
**Figura 7.8.** Perfil de velocitats mitjanes a  $x/L=0,04$  (perfil)



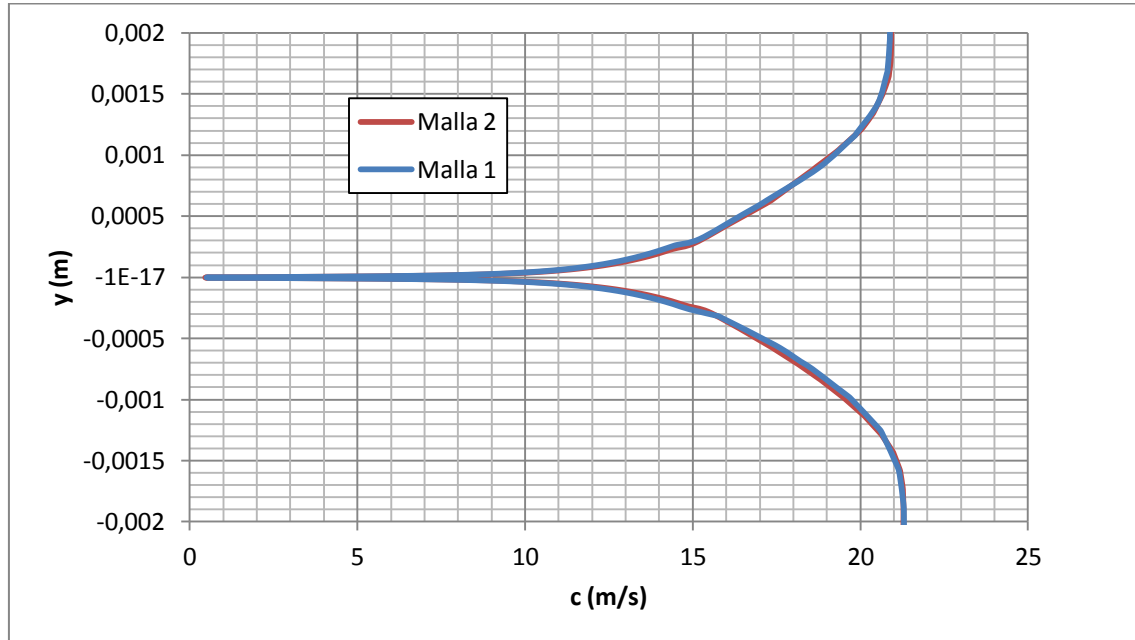
**Figura 7.9.** Perfil de velocitats mitjanes a  $x/L=0.05$  (perfil)



**Figura 7.10.** Perfil de velocitats mitjanes a  $x/L=0.06$  (perfil)



**Figura 7.11.** Perfil de velocitats mitjanes a  $x/L=0,08$  (perfil)



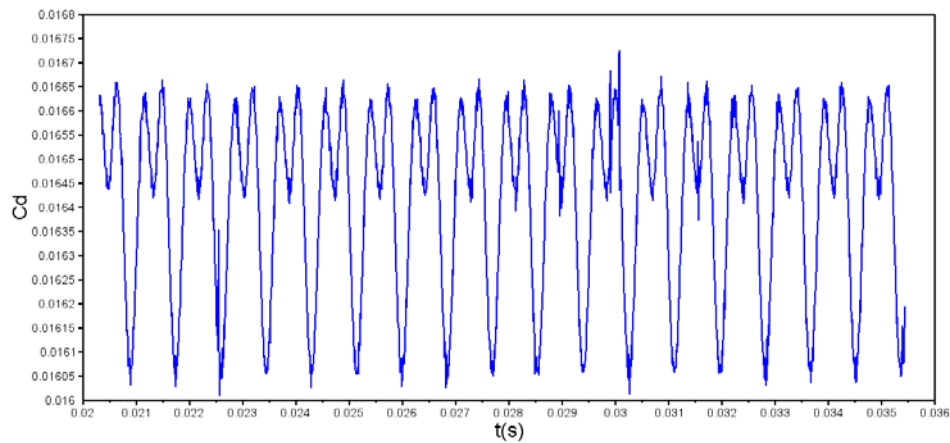
**Figura 7.12.** Perfil de velocitats mitjanes a  $x/L=0,09$  (perfil)

En les figures anteriors s'observa com els resultats obtinguts amb la malla 1 i la malla 2 són similars. La major diferència s'aprecia en les figures 7.7 i 7.8 on la malla 2 mostra un comportament més laminar, en aquesta zona el flux té un comportament completament laminar i per aquest motiu es considera que la

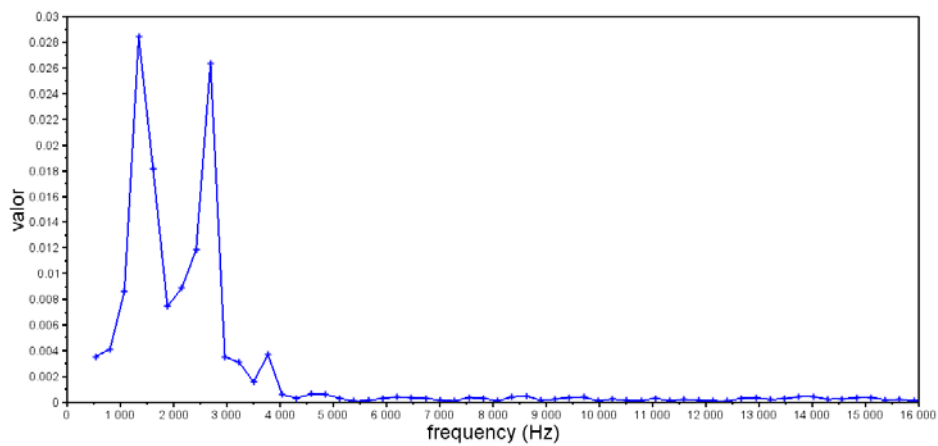


mallà 2 s'adapta millor per descriure aquesta zona de flux laminar. No obstant això, les diferències en els resultats no són significatives.

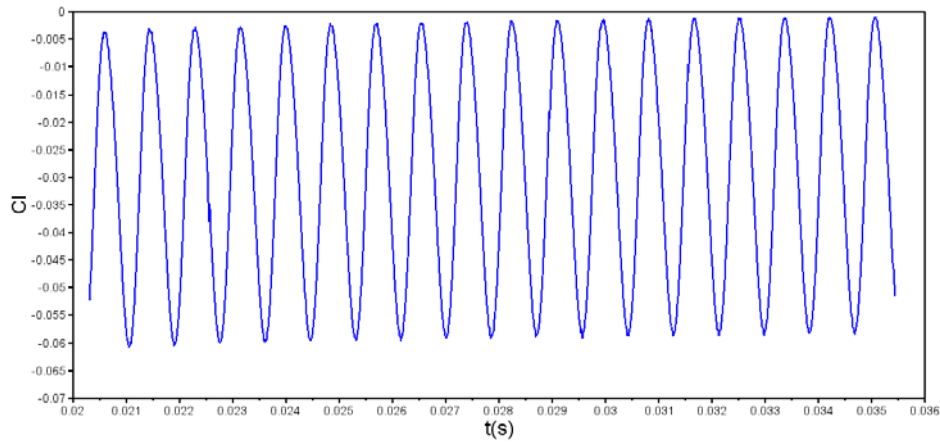
### 7.3 Senyals i FFT de $C_D$ i $C_L$



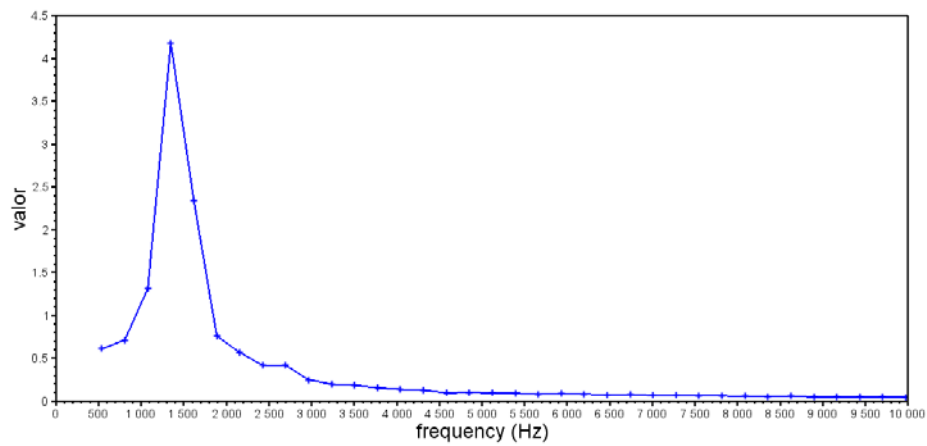
**Figura 7.13.** Senyal de  $C_D$  amb la mallà 2



**Figura 7.14.** FFT de la senyal  $C_D$  amb la mallà 2



**Figura 7.15.** Senyal de  $C_L$  amb la malla 2



**Figura 7.16.** FFT de la senyal  $C_L$  amb la malla 2

**Taula 7.1** Taula comparativa diferents freqüències amb les dues malles

	Freqüència $C_D$ (Hz)	Freqüència $C_L$ (Hz)
<b>Malla 1</b>	1140,2	1140,2
<b>Malla 2</b>	1078,6	1078,6
	Valor experimental:	1037

En l'estudi de les freqüències dels senyals del coeficient de *Lift* i *Drag* es veu com amb la nova malla els resultats milloren significativament. Amb la malla 1 la freqüència obtinguda distava força del valor experimental que es disposava,

concretament l'error relatiu amb la malla 1 era de 9,95%, mentre que amb la malla 2 l'error disminueix fins 4,01%.

Al contrari dels resultats obtinguts amb les velocitats on la diferència entre la malla 1 i la malla 2 era menyspreable en les freqüències si es veu una milloria amb els resultats.

En conclusió, es considera que els valors obtinguts amb la malla 2 relacionats amb les velocitats en el deixant i en el perfil no suposen una milloria considerable. Encara que els valors de les freqüències obtinguts amb la malla 2 són força millors, per aquest motiu el següent estudi de les variacions de coeficients de sustentació i resistència, i velocitats en el deixant per diferents angles d'atac es realitzarà mitjançant la malla 2.

Es descarta la possibilitat de realitzar una tercera malla més fina perquè la diferència entre els valors de la primera malla i la segona no son notoris i per tant es considera que no es necessari refinar més la malla ja que possiblement els resultats no millorarien de forma considerable.



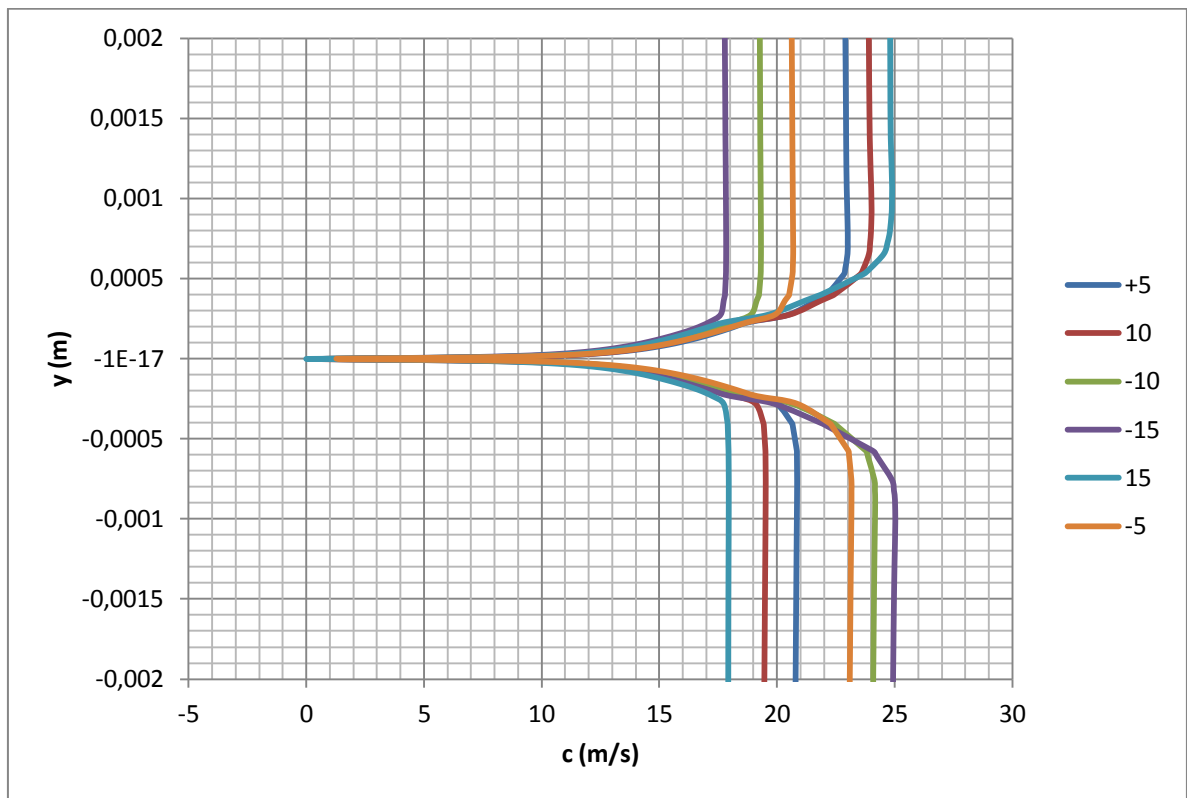
# **CAPÍTOL 8: COMPARATIVA**

## **ANGLES D'ATAC**

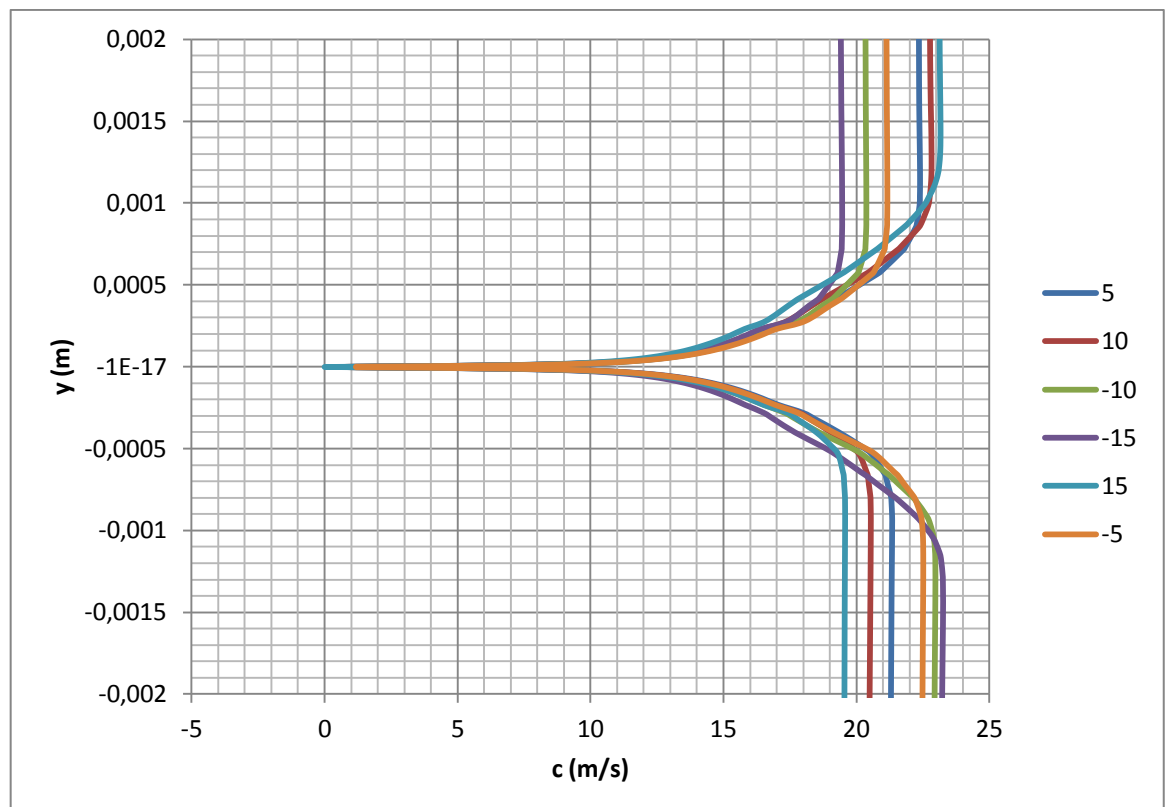
En aquest apartat s'analitza les conseqüències de la variació del angle d'incidència, o angle d'atac, del fluid en el perfil hidrodinàmic. Es comprova les variacions en el creixement de la capa límit sobre el perfil hidrodinàmic per diferents angles, s'estudia la dependència dels coeficients de resistència i sustentació ( $C_D$ ,  $C_L$ ) en funció de l'angle d'atac i finalment les variacions en les freqüències en cada angle d'atac diferent.

En els annexos I i II es disposen de figures comparatives entre la intensitat de turbulència en el deixant per diferents angles d'atac, i contorns de velocitat també per els diferents angles d'atac.

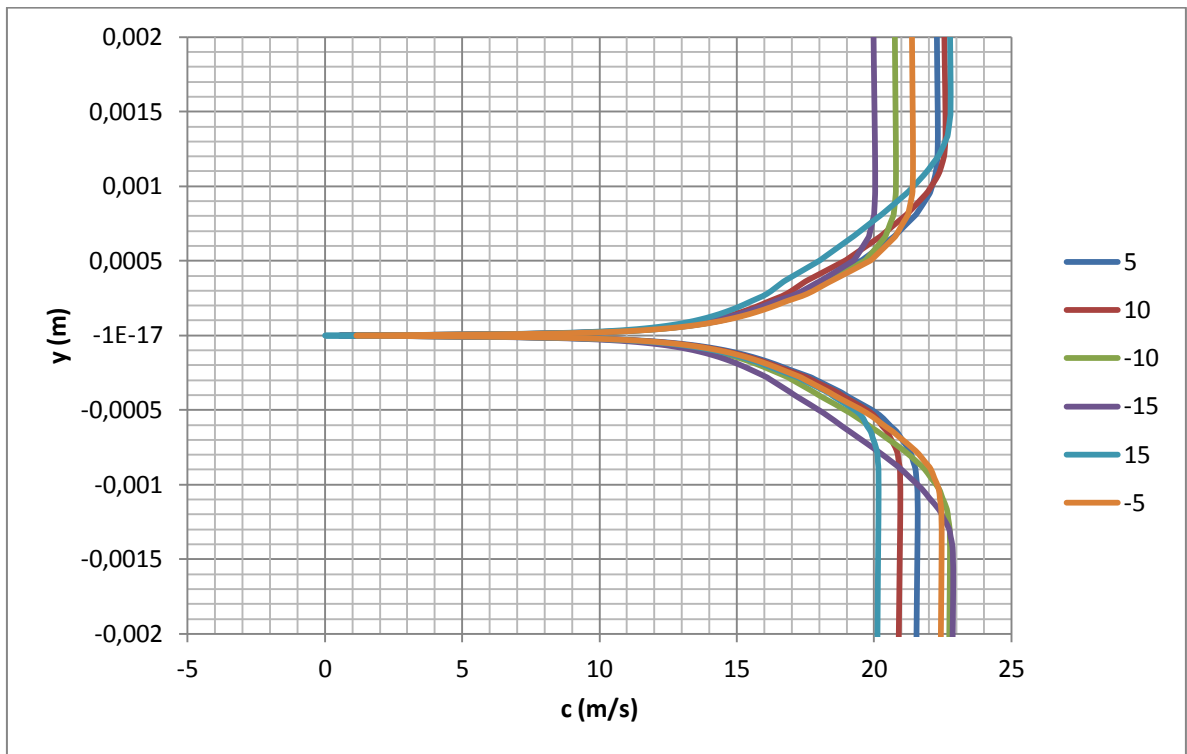
## 8.1. Perfils de velocitat sobre el perfil



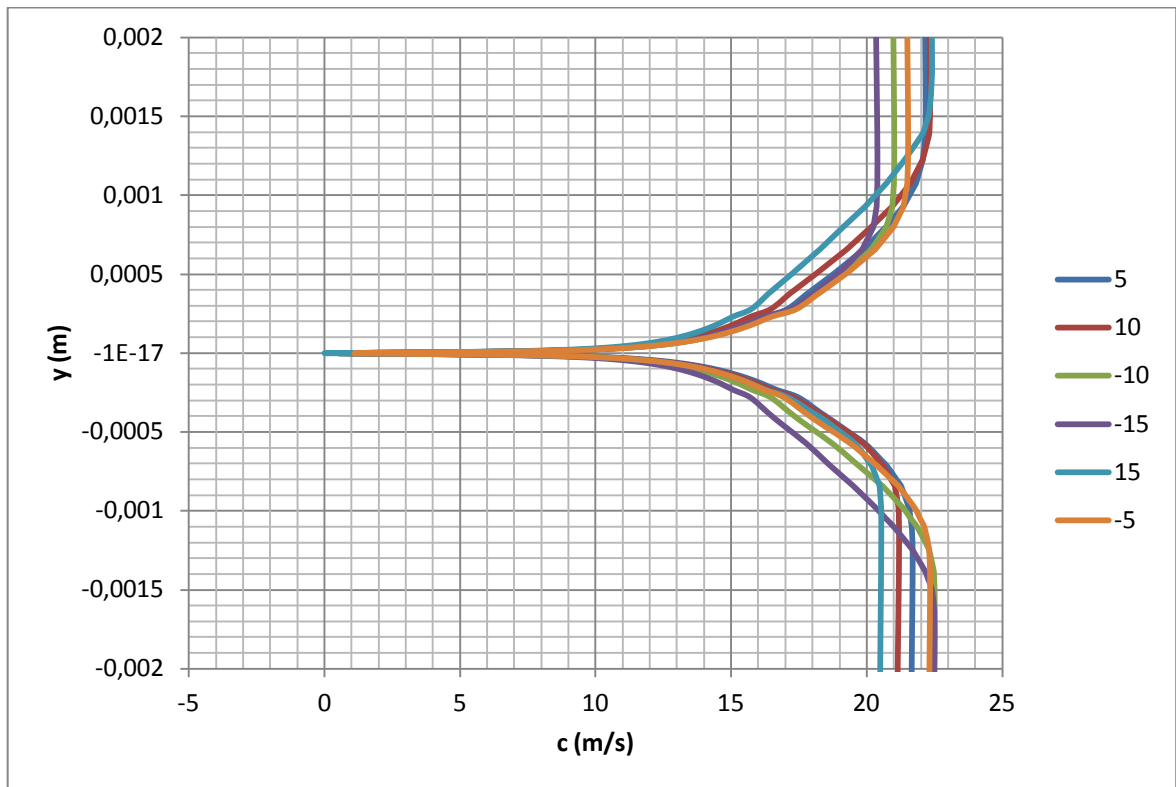
**Figura 8.1.** Perfil de velocitat mitjanes en el tall  $x/L=0,2$



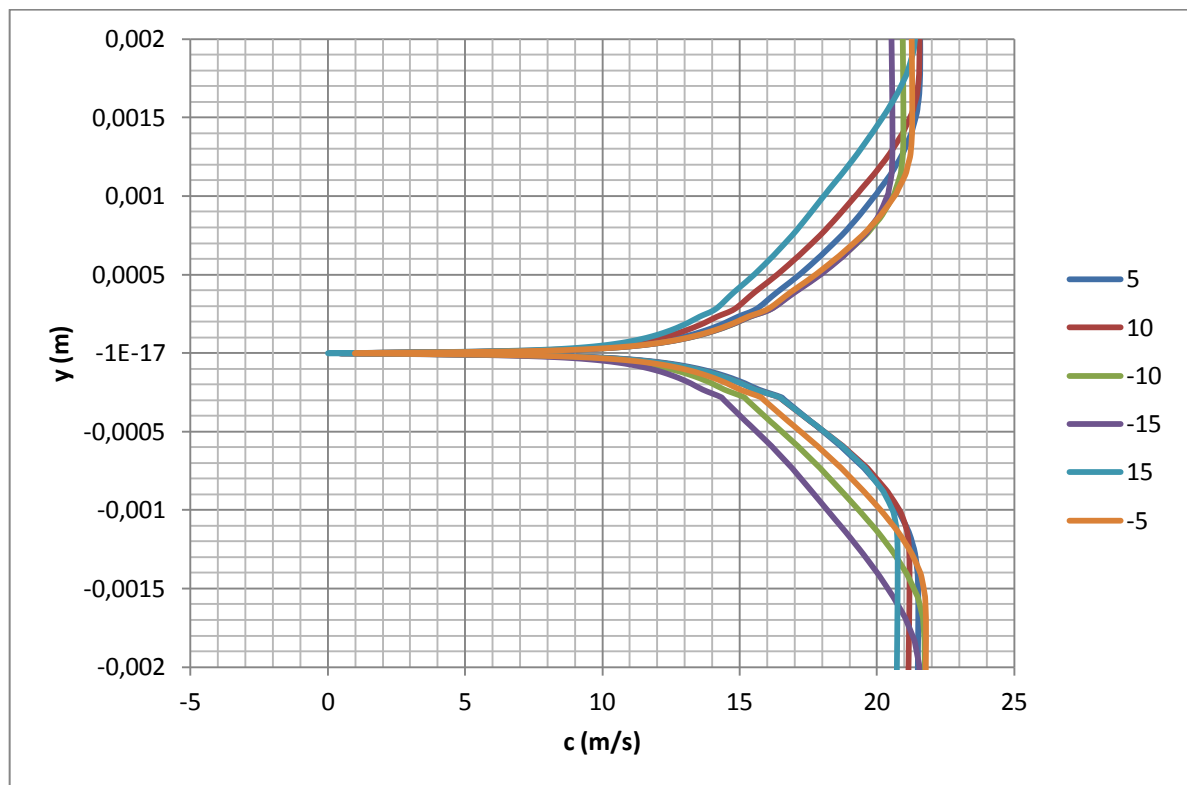
**Figura 8.2.** Perfil de velocitat mitjanes en el tall  $x/L=0,4$



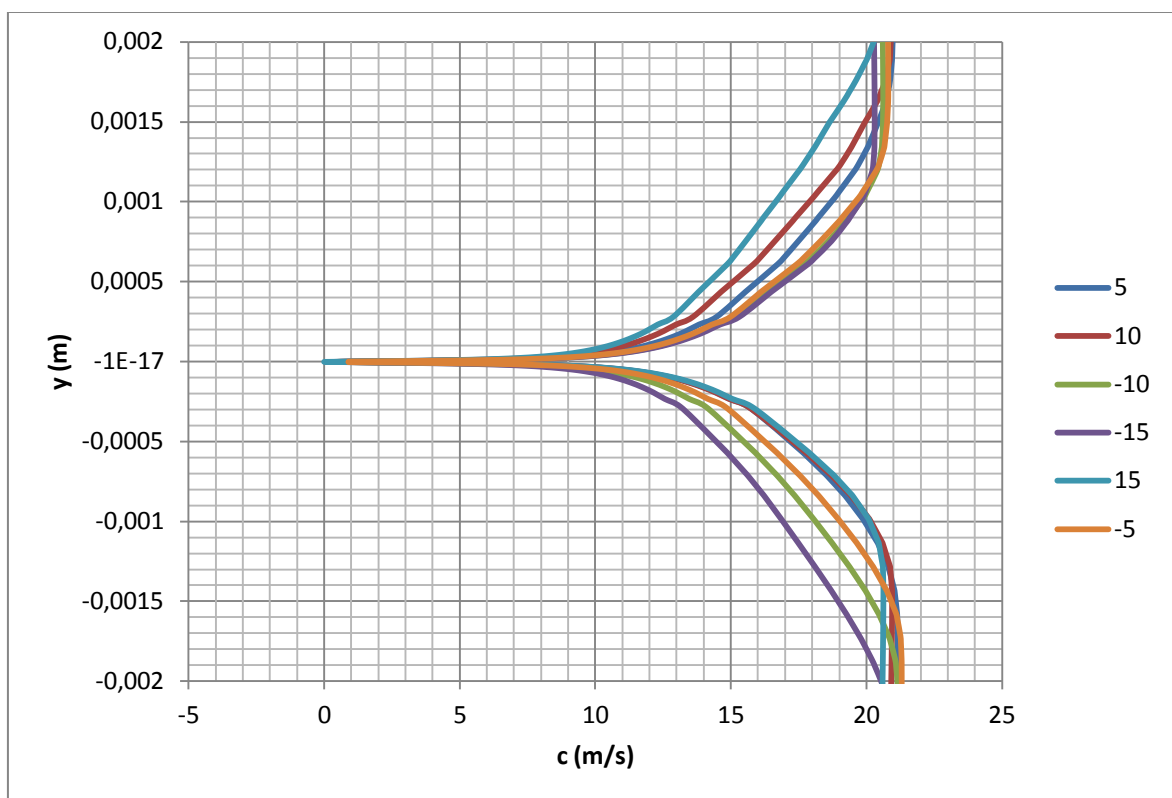
**Figura 8.3.** Perfil de velocitat mitjanes en el tall  $x/L=0,5$



**Figura 8.4.** Perfil de velocitat mitjanes en el tall  $x/L=0,6$



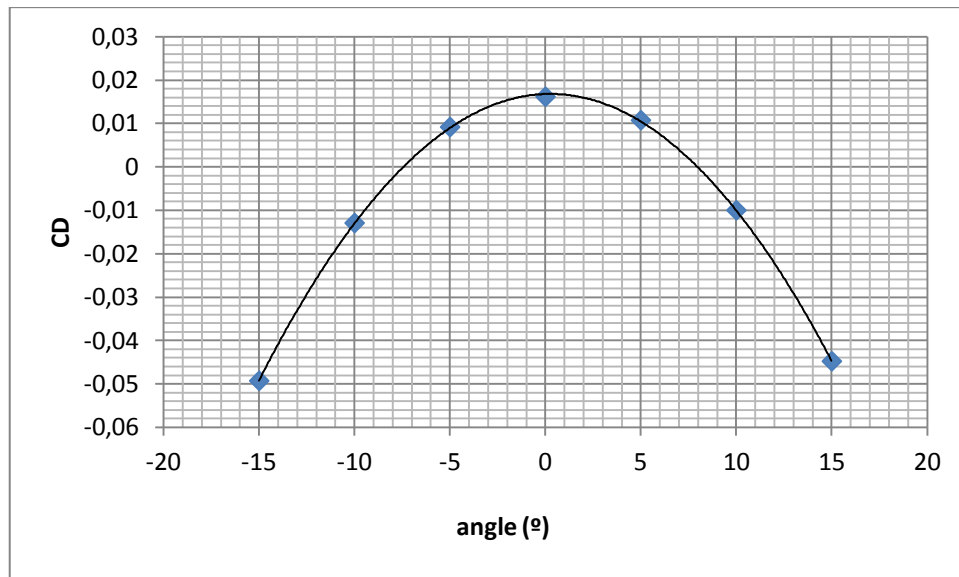
**Figura 8.5.** Perfil de velocitat mitjanes en el tall  $x/L=0,8$



**Figura 8.6.** Perfil de velocitat mitjanes en el tall  $x/L=0,9$

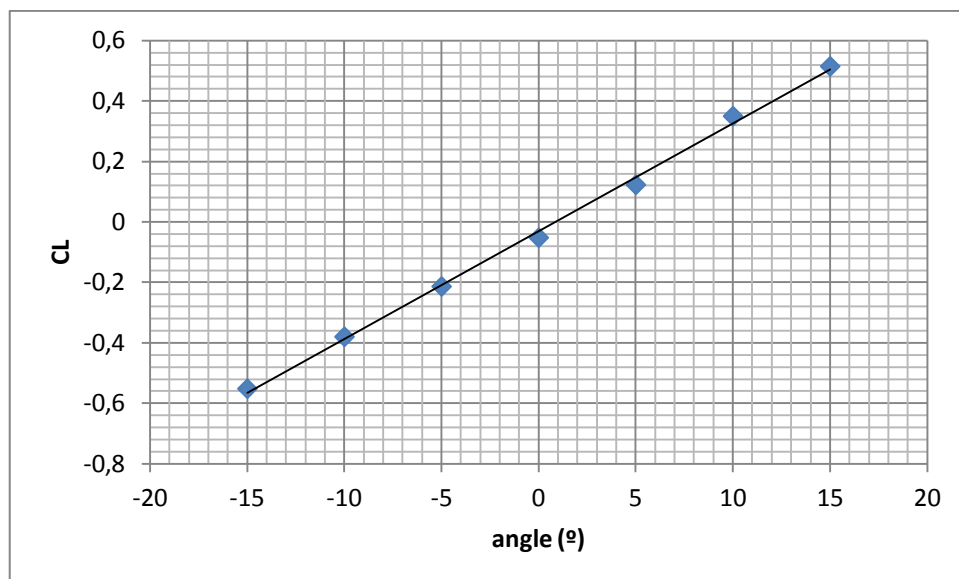


## 8.2. Relació angle d'atac i coeficients de resistència i sustentació



**Figura 8.7.** coeficient de resistència ( $C_D$ ) en funció del angle d'atac

En la figura 8.7. s'observa com el coeficient de resistència ( $C_D$ ) decreix quan s'augmenta l'angle d'atac i augmenta quan es disminueix situant el seu màxim en l'angle de valor 0° on el valor del coeficient és situa al voltant de 0,02. La dependència entre el  $C_D$  i l'angle d'atac es veu com segueix una relació parabòlica i és gairebé simètrica respecte l'angle 0°.



**Figura 8.8.** Coeficient de sustentació ( $C_L$ ) en funció del angle d'atac

El coeficient de sustentació  $C_L$  segueix una relació lineal respecte l'angle d'atac, al augmentar l'angle d'atac augmenta el valor del  $C_L$ . En l'angle  $0^\circ$  el valor del  $C_L$  és gairebé nul i els valors màxims negatius i positius es situen en els valors d'angles més grans. Això és degut a que la incidència del fluid amb un determinat angle diferent de  $0^\circ$  provoca en el perfil l'aparició de forces perpendiculars al perfil, en el cas del angle  $0^\circ$  al incidir el fluid de forma frontal aquestes forces són més petites i en conseqüència també el  $C_L$ .

En la següent taula es mostren els valors del  $C_D$  i el  $C_L$  pels diferents angles estudiats.

**Taula 8.1.** Valors del  $C_D$  i el  $C_L$  en funció dels angles d'atac amb el model SAS

	15	10	5	0	-5	-10	-15
$C_D$	-0,0448	-0,00998	0,01077	0,01612	0,0092	-0,0129	-0,04926
$C_L$	0,5139	0,3496	0,12252	-0,03155	-0,214	-0,3802	-0,5521

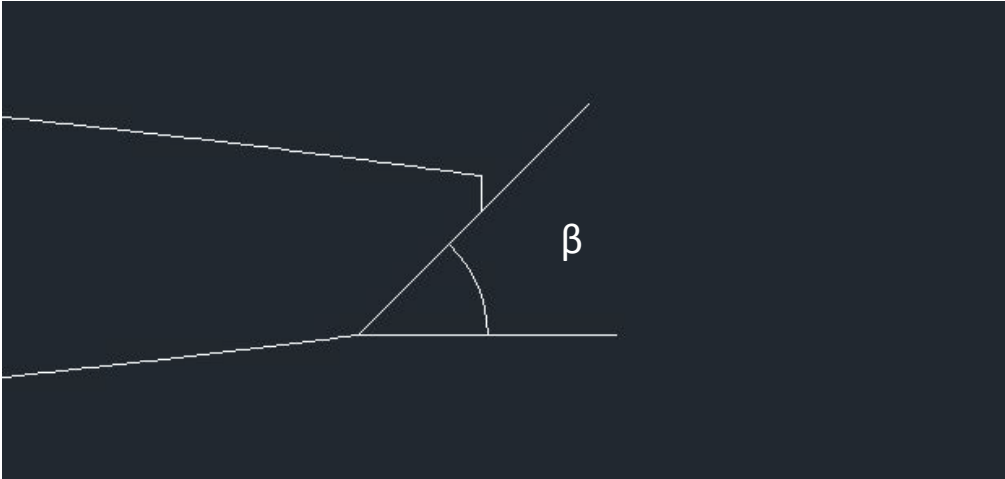
# **CAPÍTOL 9: COMPARATIVA ANGLES DE LA VORA DE SORTIDA**

En aquest apartat s'estudia la incidència de l'angle de la vora de sortida del perfil hidrodinàmic en els coeficients de sustentació i de resistència i en les seves respectives freqüències. A més també es comparen els resultats de les velocitats en el deixant i sobre el perfil pels diferents angles de la vora de sortida.

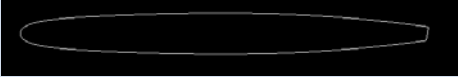
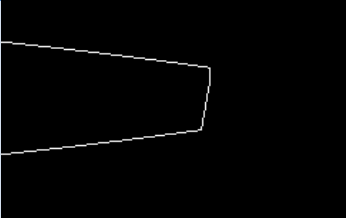

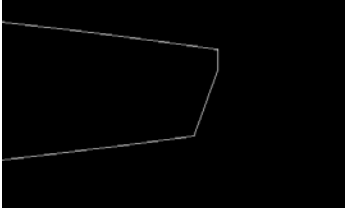

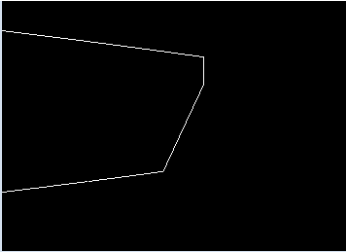
En els apartats anteriors s'han realitzat estudis amb la mateixa geometria amb un angle de sortida de  $30^\circ$ . En aquest capítol s'estudien les geometries en un rang d'angles de sortida comprés entre els  $30^\circ$  i  $80^\circ$  ja que amb un angle menor s'obtenen geometries massa extremes que no s'utilitzen en el món de les turbomàquines. En l'altre extrem, una geometria de  $90^\circ$  correspondria a la geometria truncada, un tall vertical al final del perfil, aquests valors s'inclouen en alguns apartats d'aquest estudi a mode de comparació ja que s'havien obtingut en estudis anteriors realitzats en el departament de Mecànica de Fluids.

## 9.1 Geometries estudiades

A continuació en la taula 9.1 es mostren les diferents geometries estudiades en aquest apartat, en la següent taula s'aprecia com va variant l'angle de vora de la sortida que anomenem  $\beta$ . La figura 9.1 mostra aquest angle  $\beta$  i com es defineix.



**Figura 9.1.** Definició de l'angle  $\beta$

Geometria	Detall zona posterior	Angle $\beta$ (°)
		80
		70
		65

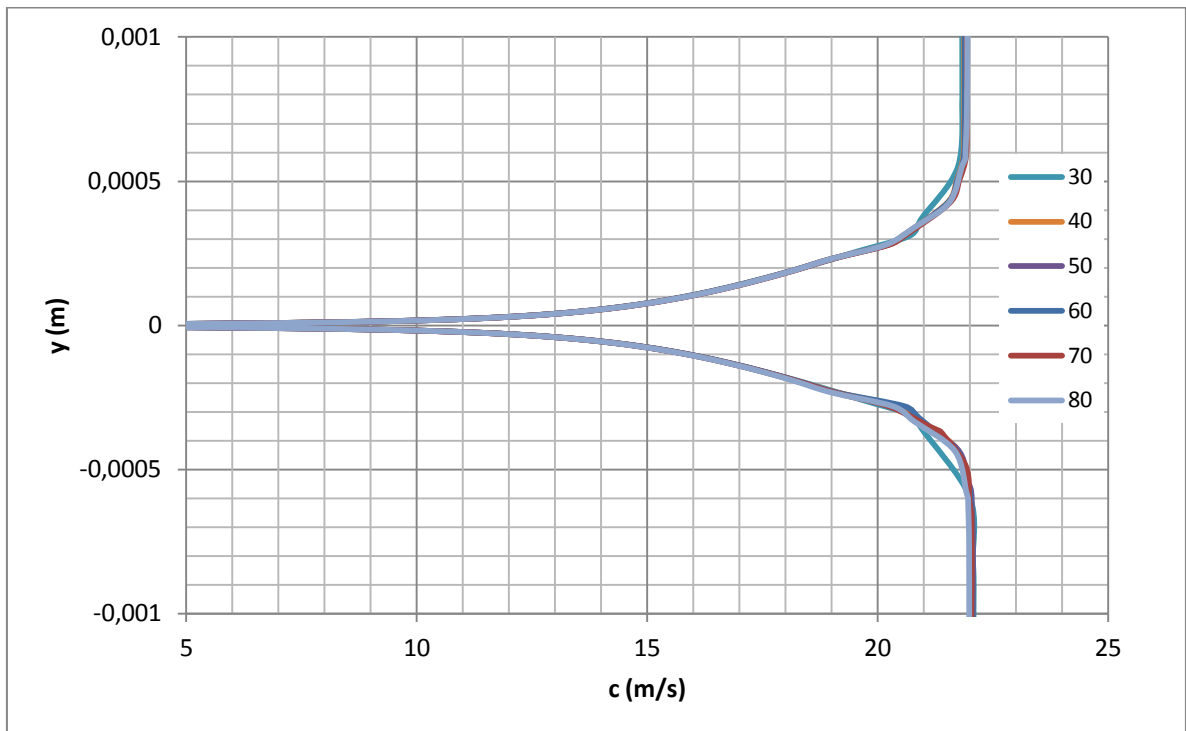
		60
		55
		50
		45
		40
		30

**Taula 9.1.** Geometries emprades en l'estudi d'aquest apartat

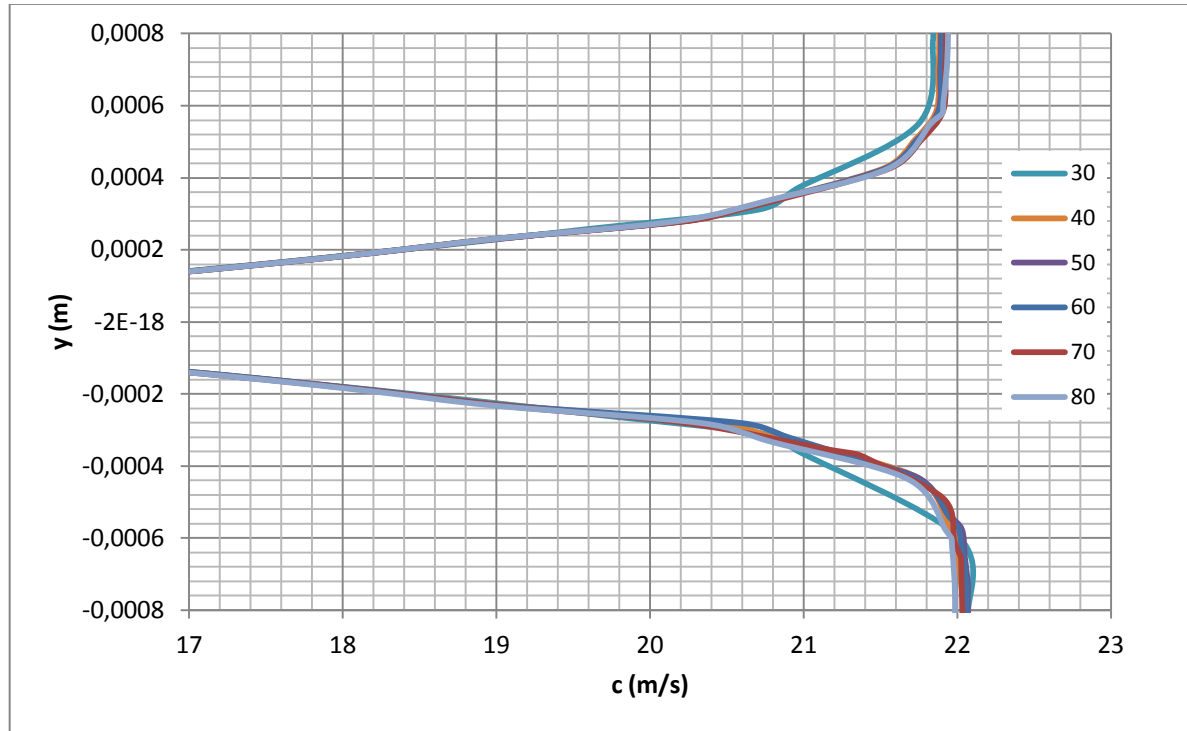
## 9.2 Perfil de velocitats mitjanes en el perfil i en el deixant

En les següents figures es mostren els perfils de velocitat mitjanes obtinguts sobre el perfil hidrodinàmic pels diferents angles de vora de sortida que s'han mostrat en l'apartat 9.1. Amb aquests resultats es pot concloure que la variació d'aquest angle en la geometria no provoca grans diferències en el comportament de la capa límit del fluid al voltant del perfil hidrodinàmic.

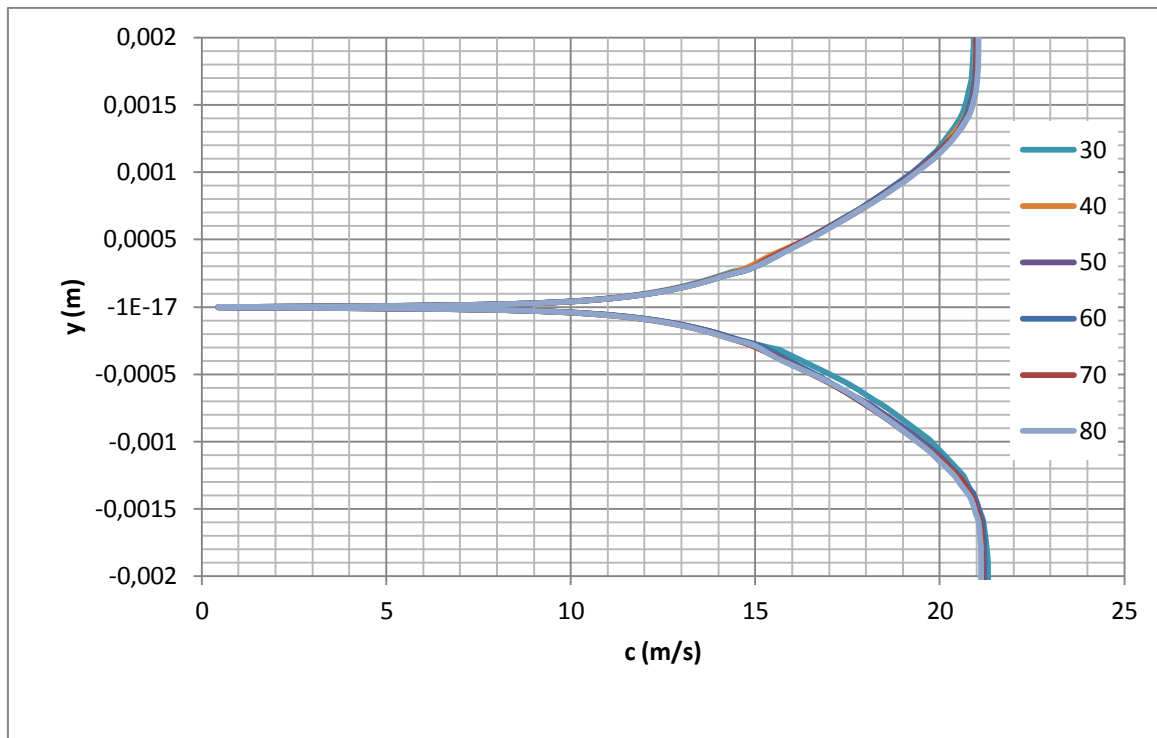
Les figures mostren el perfil de velocitats en el tall  $x/L=0,2$  i el tall  $x/L=0,9$ . En aquest últim tall, situat en la zona posterior del perfil hidrodinàmic estudiat es distingeix una petita variació en el perfils de velocitats entre els dos angles límit però es considera que no es una variació significativa i no provoca cap canvi significatiu en la capa límit.



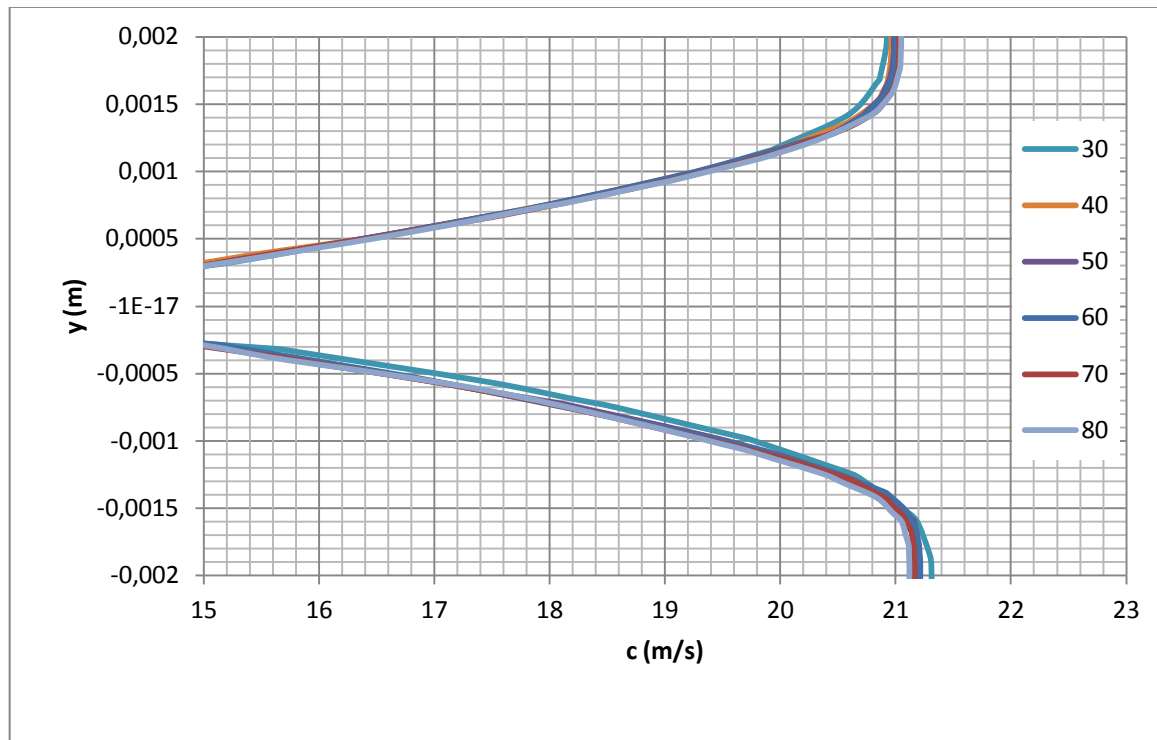
**Figura 9.2.** Perfil de velocitats mitjanes a  $x/L=0,2$ , per diferents  $\beta$



**Figura 9.3.** Perfil de velocitats mitjanes a  $x/L=0,2$ , per diferents  $\beta$  (detall)



**Figura 9.4.** Perfil de velocitats mitjanes a  $x/L=0,9$  per diferents  $\beta$

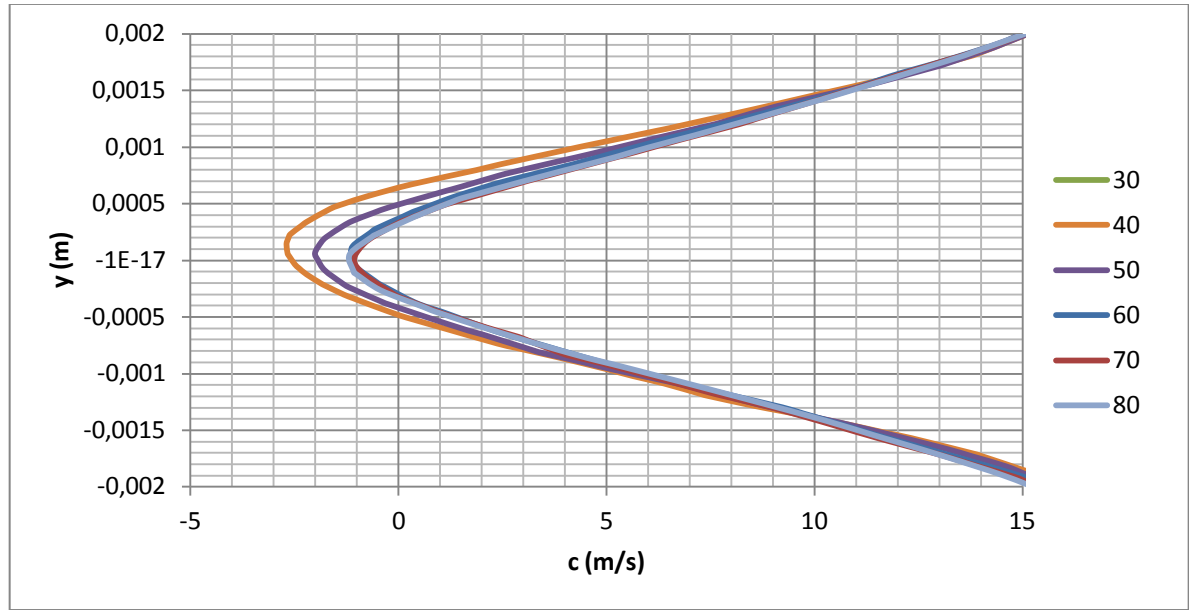


**Figura 9.5.** Perfil de velocitats mitjanes a  $x/L=0,9$  per diferents  $\beta$  (detall)

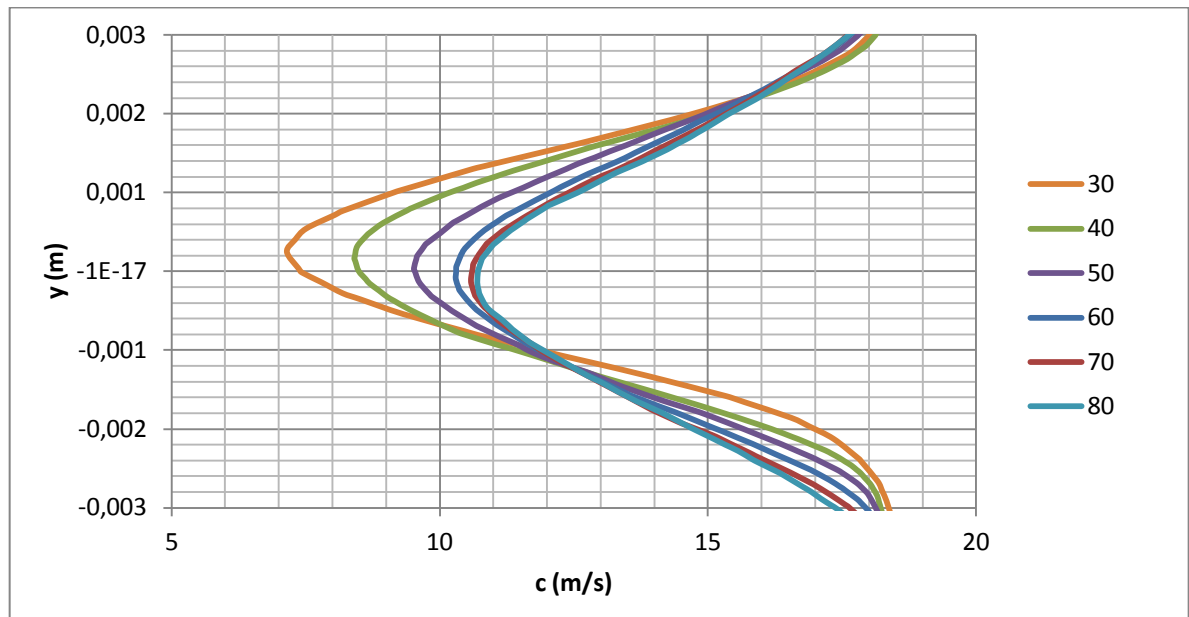
En les figures 9.6 a 9.9 es mostren els resultats dels perfils de velocitats mitjanes obtinguts en el deixant. Es veu com la component horitzontal de la velocitat del fluid,  $c_x$ , disminueix en el deixant al disminuir l'angle de la vora de sortida. La component vertical,  $c_y$ , també manté un comportament similar on la velocitat decreix en funció del angle.

En el tall més allunyat, corresponent a la segona figura, s'aprecia com hi ha una variació més gran en funció del angle.

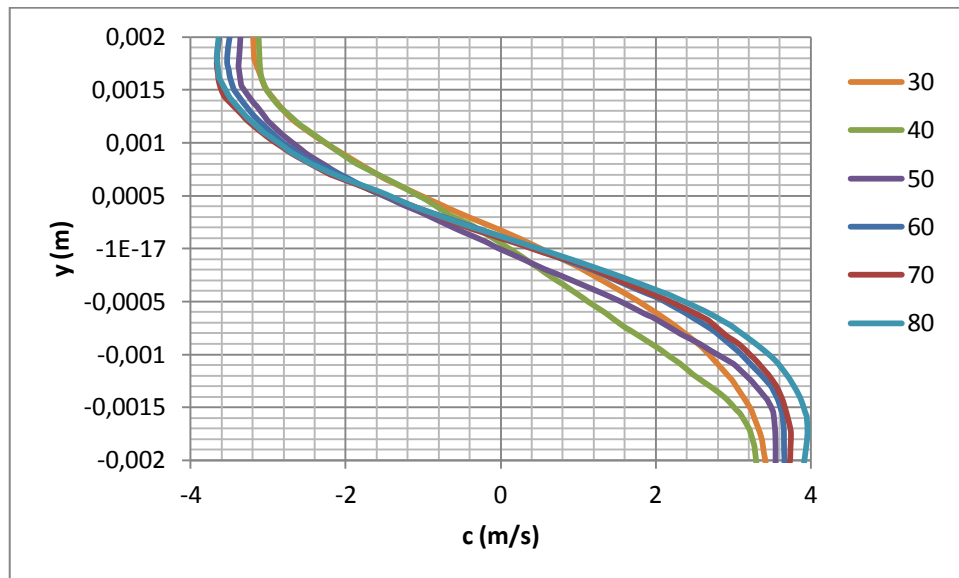




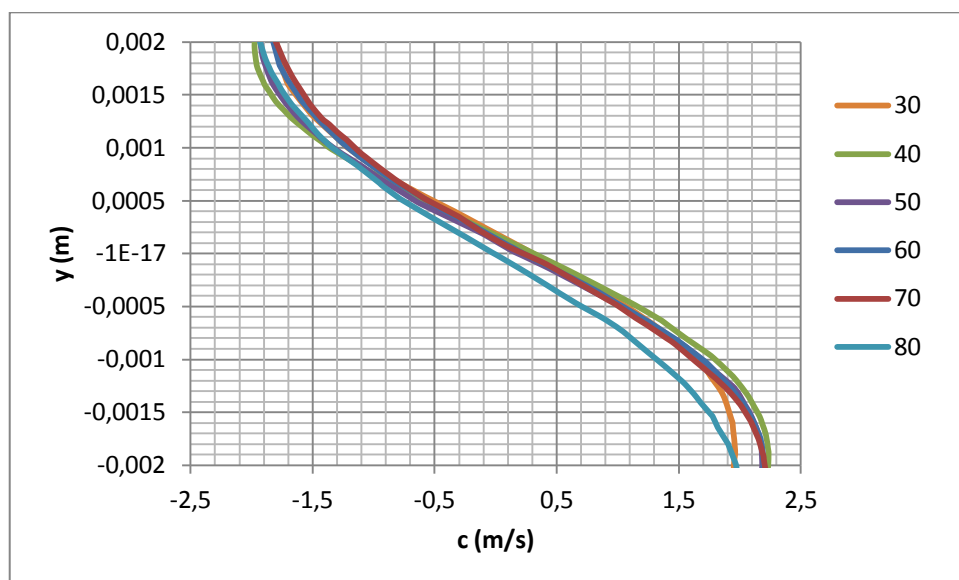
**Figura 9.6.** Velocitat mitja  $c_x$  a  $x/L = 1,02$  (deixant)



**Figura 9.7.** Velocitat mitja  $c_x$  a  $x/L = 1,062$  (deixant)



**Figura 9.8.** Velocitat mitja  $c_y$  a  $x/L = 1,02$

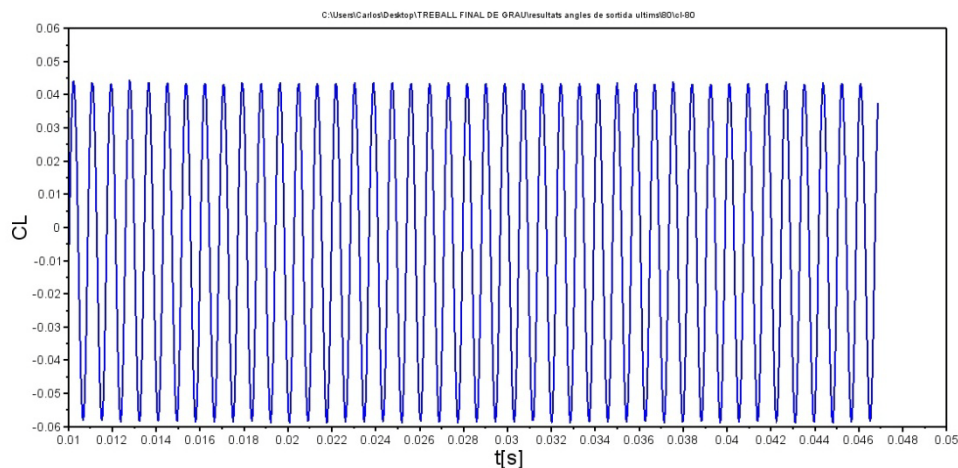


**Figura 9.9.** Velocitat mitja  $c_y$  a  $x/L = 1,062$

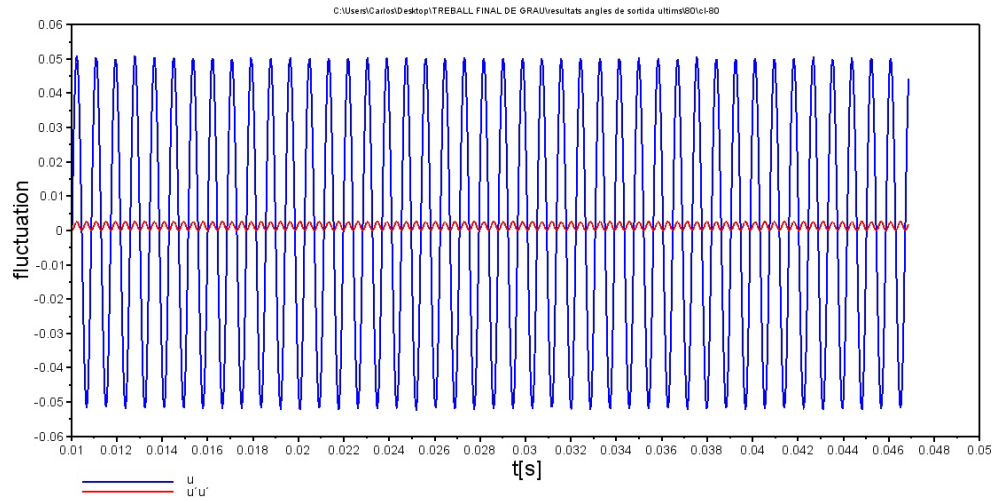
### 9.3 Senyals i FFT dels coeficients de sustentació i resistència

El comportament del flux sobre el perfil és no estacionari ja que els vòrtex que es desenvolupen en la part posterior del perfil hidrodinàmic provoquen fluctuacions en els coeficients de sustentació i resistència. Per aquest motiu, s'han analitzat els resultats obtinguts de  $C_D$  i  $C_L$  amb els diferents angles  $\beta$ .

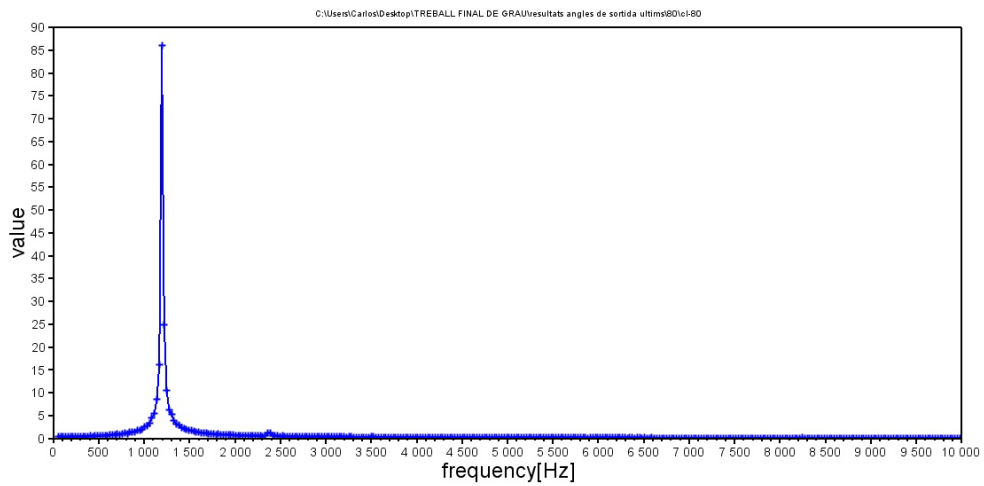
Per poder calcular correctament els valors de  $C_D$  i  $C_L$ , i la seva freqüència, la senyal ha de ser periòdica, com es mostra a les figures 9.10 a 9.63, on es mostren els valors dels dos coeficients, la seva fluctuació i les seves freqüències. Per obtenir la freqüència d'aquestes senyals s'ha realitzat la Transformada Ràpida de Fourier (FFT) de les senyals.



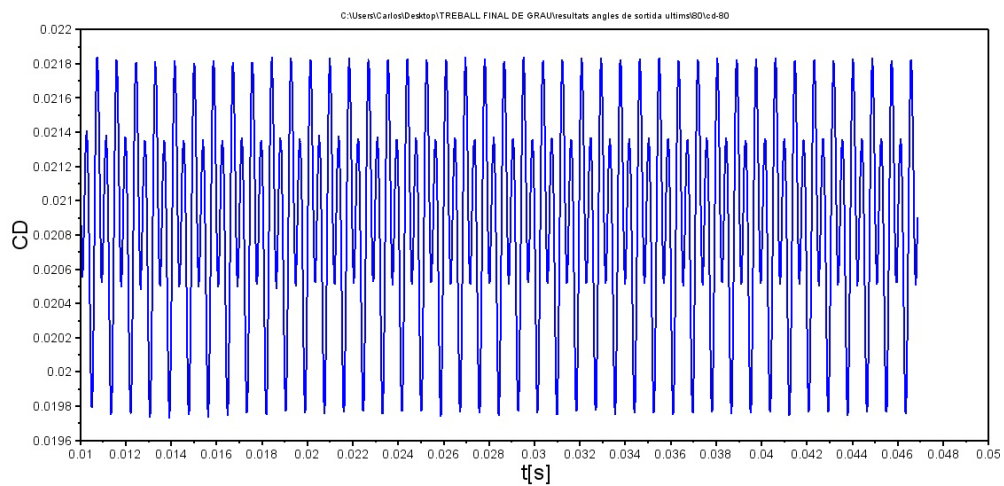
**Figura 9.10.** Valor de  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $80^\circ$



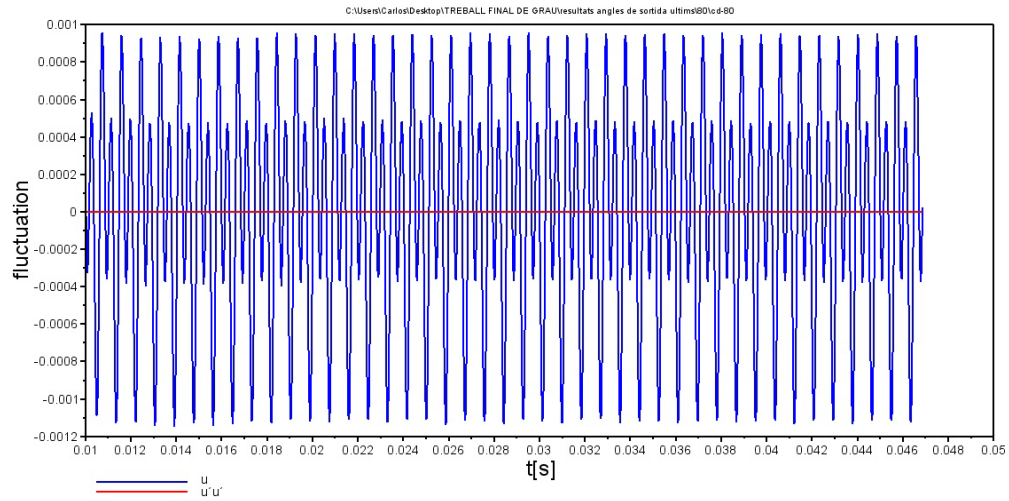
**Figura 9.11.** Valor de la fluctuació del  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $80^\circ$



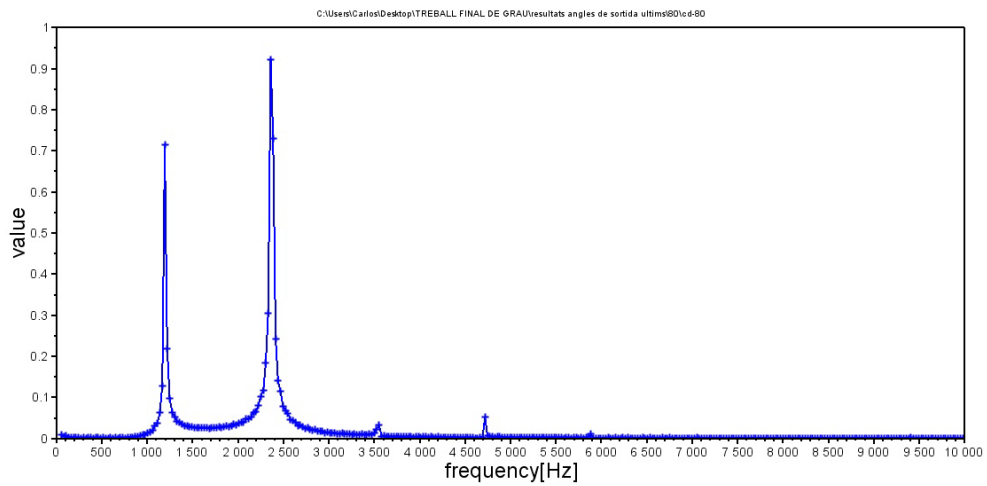
**Figura 9.12.** FFT del  $C_L$  angle  $\beta$  de  $80^\circ$



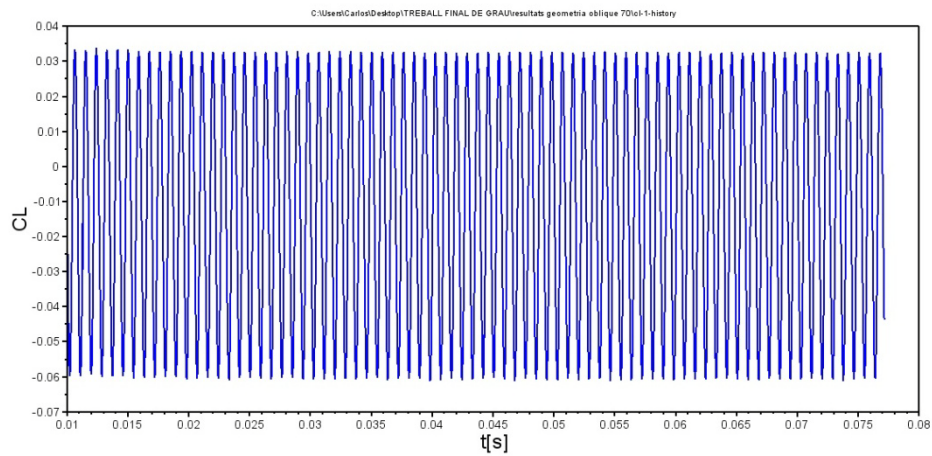
**Figura 9.13.** Valor de  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $80^\circ$



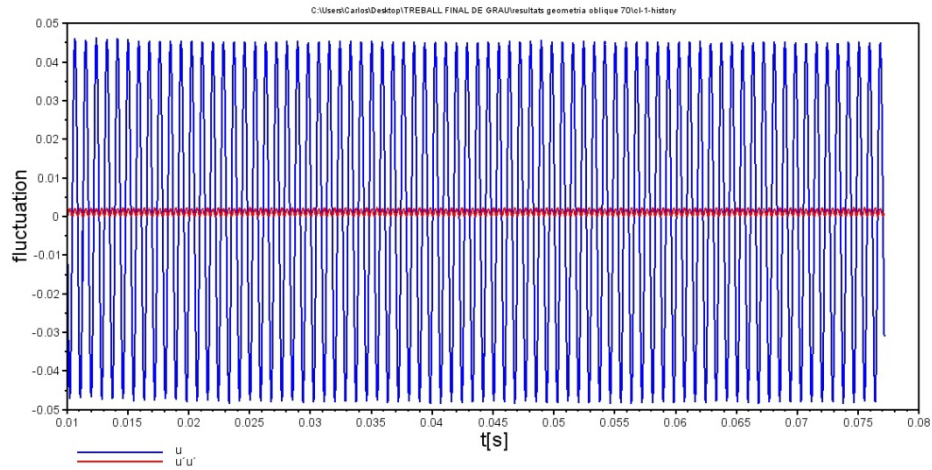
**Figura 9.14.** Valor de la fluctuació del  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $80^\circ$



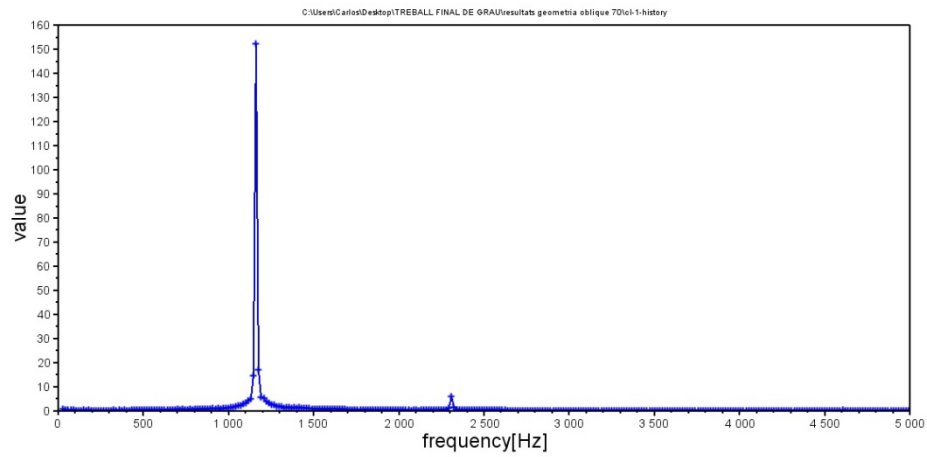
**Figura 9.15.** FFT del  $C_D$  angle  $\beta$  de  $80^\circ$



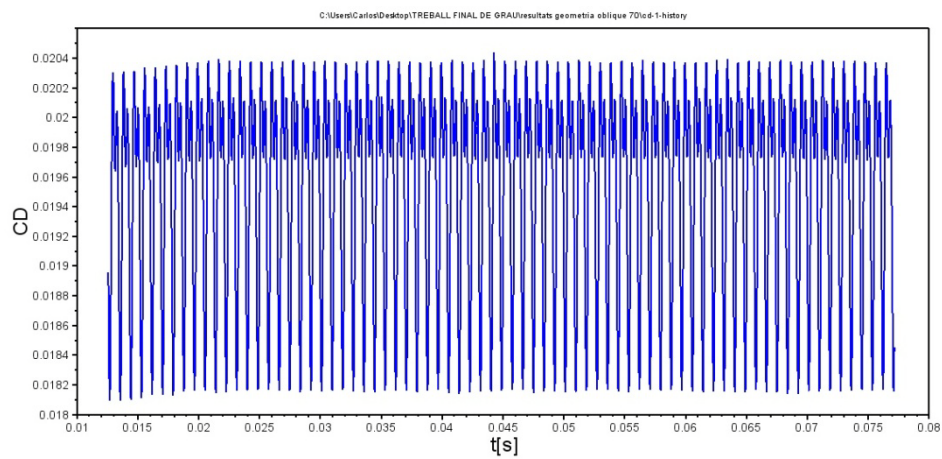
**Figura 9.16.** Valor de  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $70^\circ$



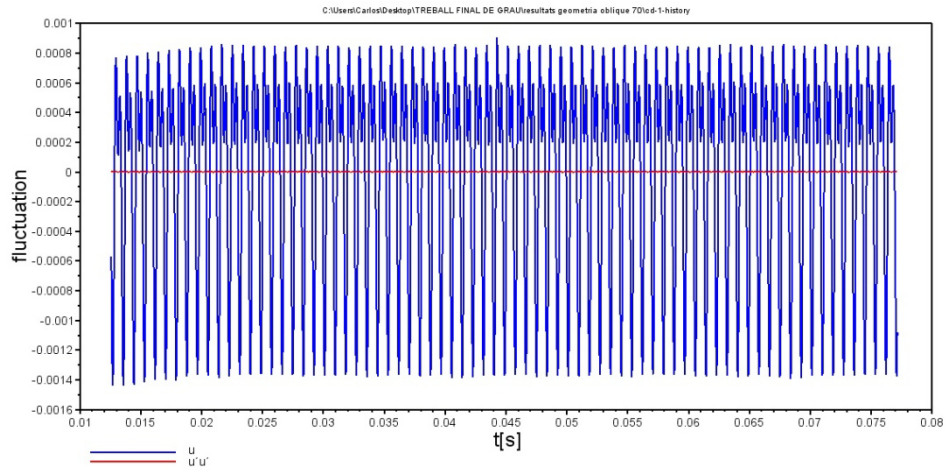
**Figura 9.17.** Valor de la fluctuació del  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $70^\circ$



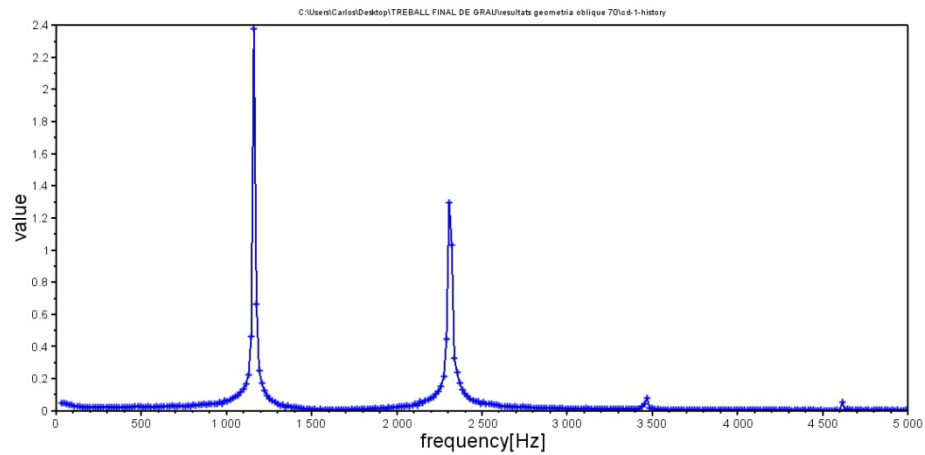
**Figura 9.18.** FFT del  $C_L$  angle  $\beta$  de  $70^\circ$



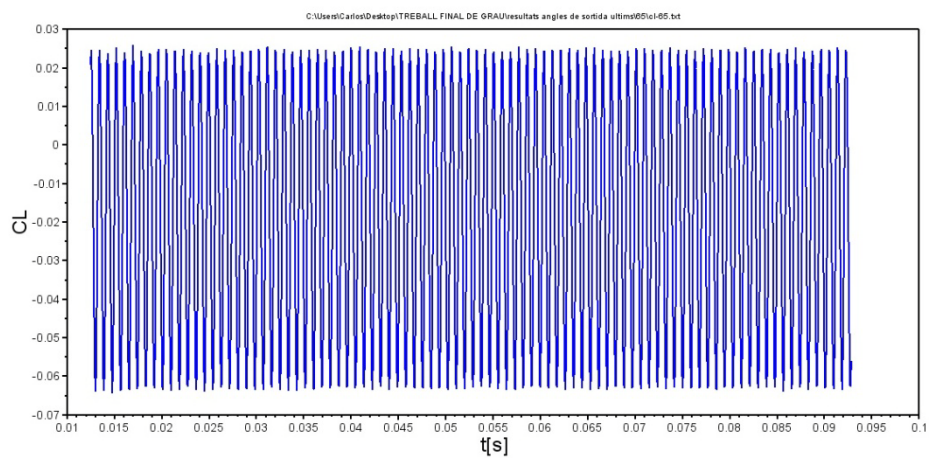
**Figura 9.19.** Valor de  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $70^\circ$



**Figura 9.20.** Valor de la fluctuació del  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $70^\circ$

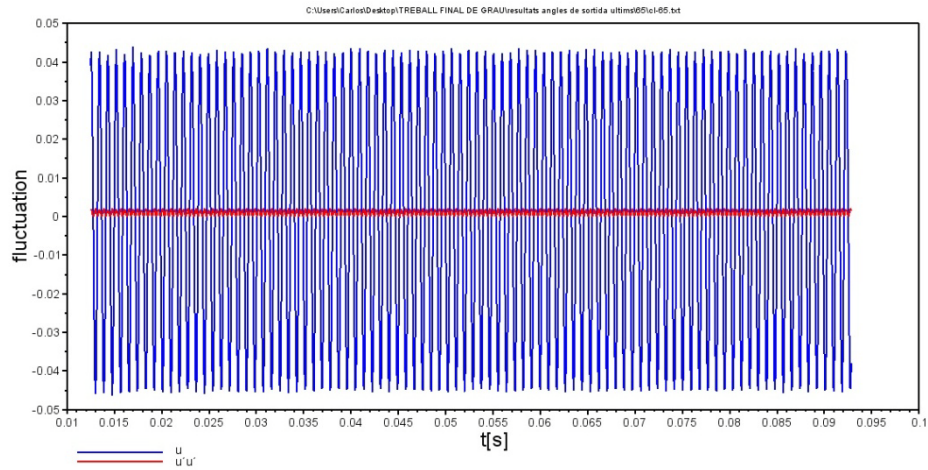


**Figura 9.21.** FFT del  $C_D$  angle  $\beta$  de  $70^\circ$

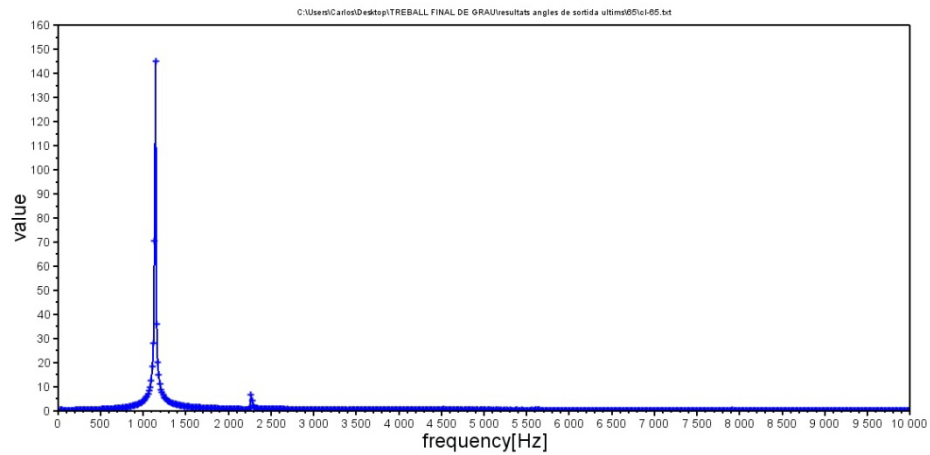


**Figura 9.22.** Valor de  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $65^\circ$

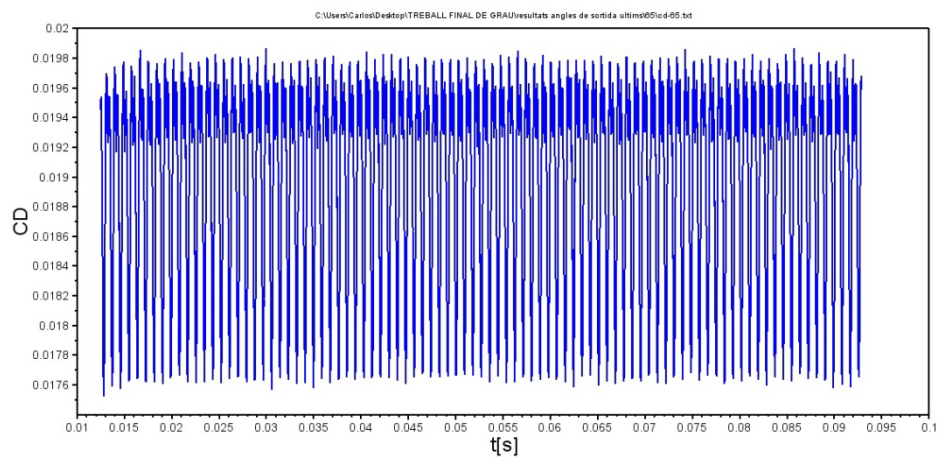




**Figura 9.23.** Valor de la fluctuació del  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $65^\circ$

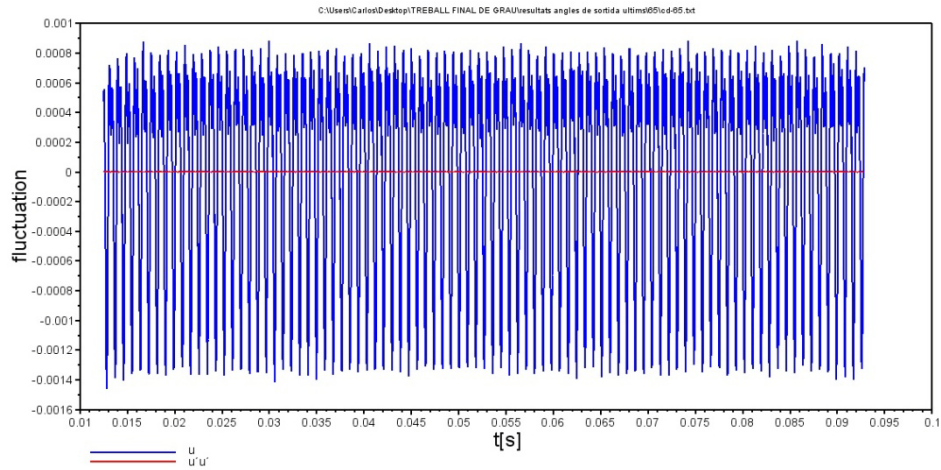


**Figura 9.24.** FFT del  $C_L$  angle  $\beta$  de  $65^\circ$

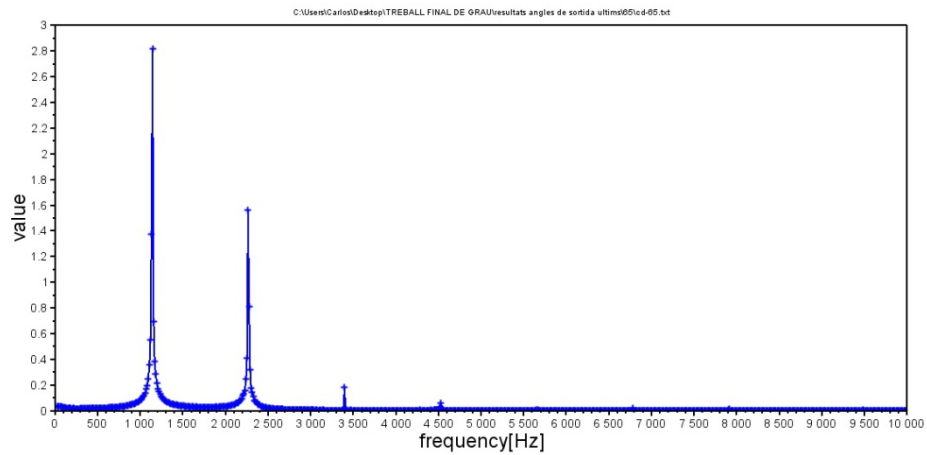


**Figura 9.25.** Valor de  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $65^\circ$

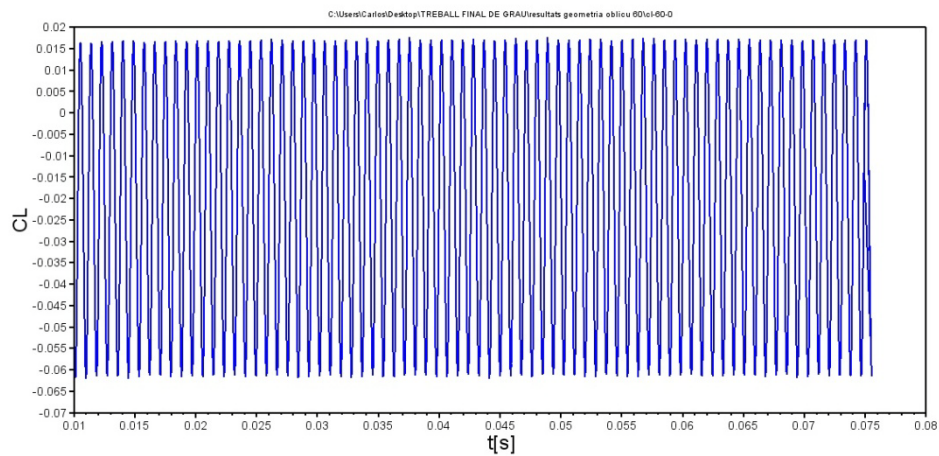




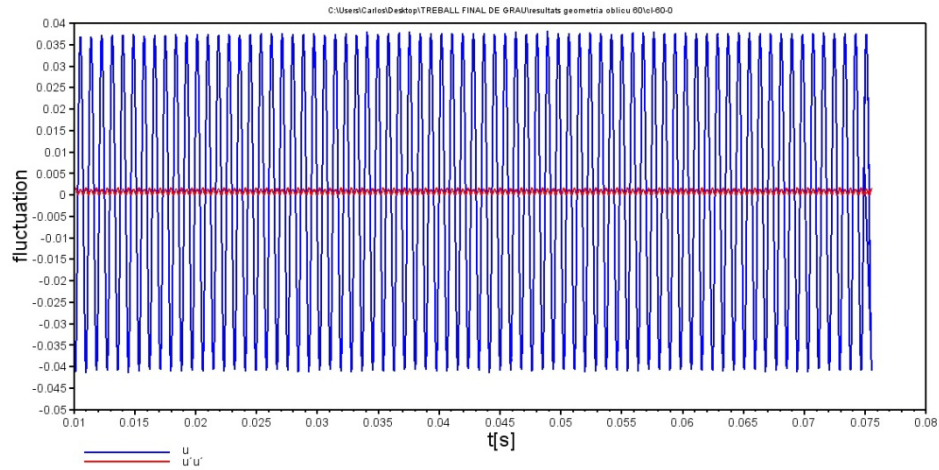
**Figura 9.26.** Valor de la fluctuació del  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $65^\circ$



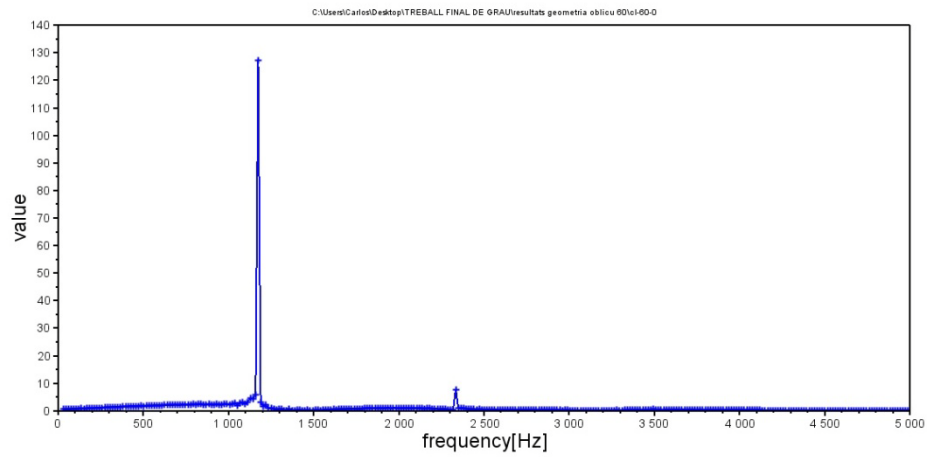
**Figura 9.27.** FFT del  $C_D$  angle  $\beta$  de  $65^\circ$



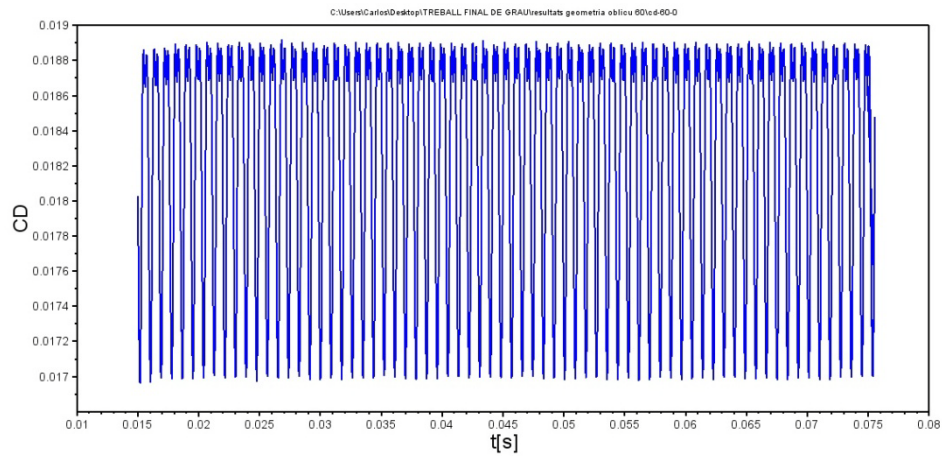
**Figura 9.28.** Valor de  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $60^\circ$



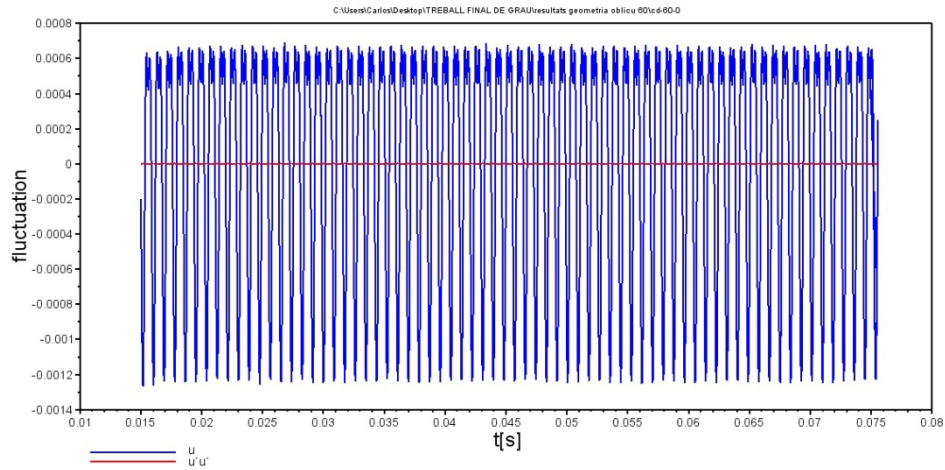
**Figura 9.29.** Valor de la fluctuació del  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $60^\circ$



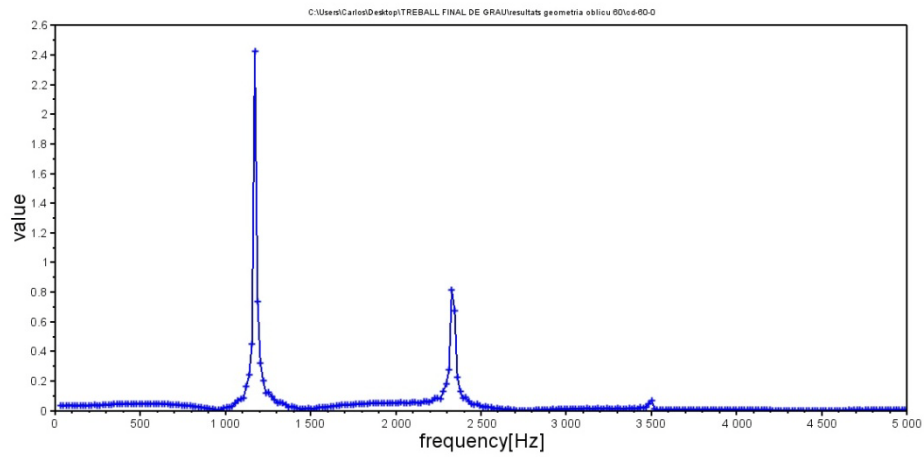
**Figura 9.30.** FFT del  $C_L$  angle  $\beta$  de  $60^\circ$



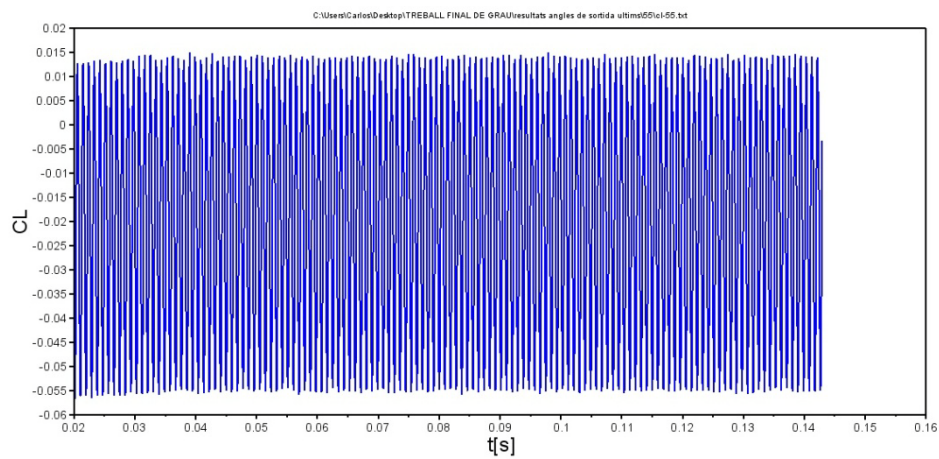
**Figura 9.31.** Valor de  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $60^\circ$



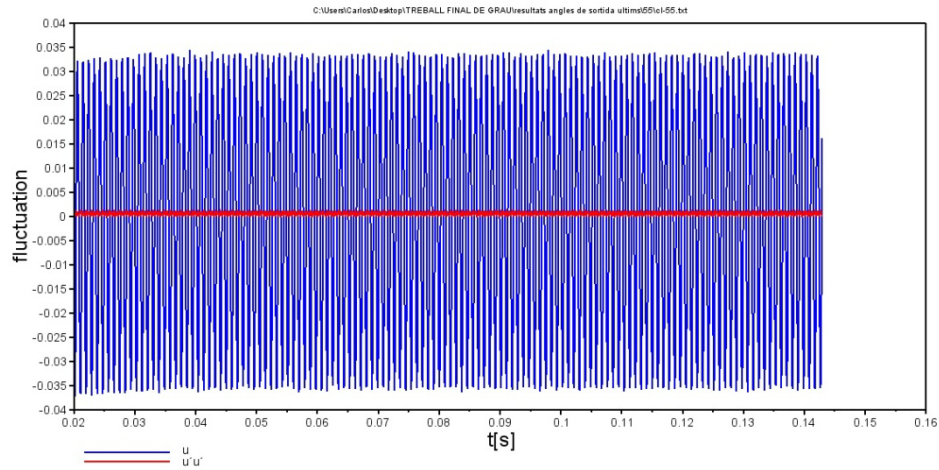
**Figura 9.32.** Valor de la fluctuació del  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $60^\circ$



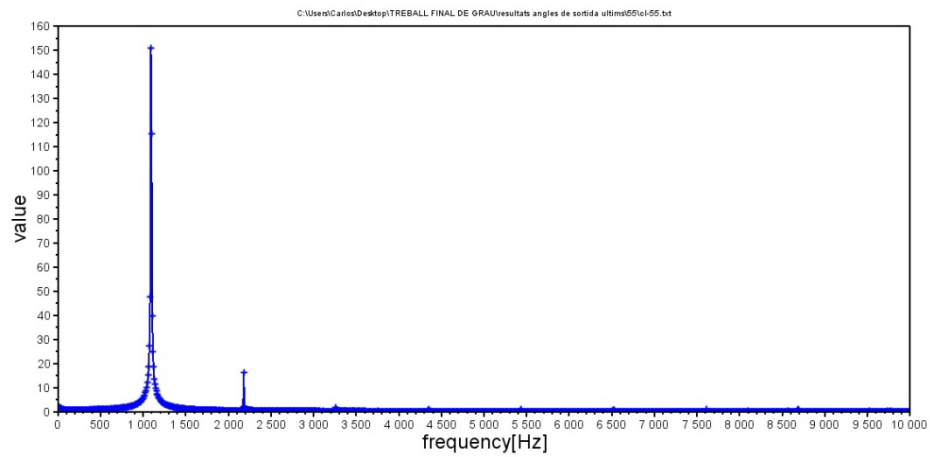
**Figura 9.33.** FFT del  $C_D$  angle  $\beta$  de  $60^\circ$



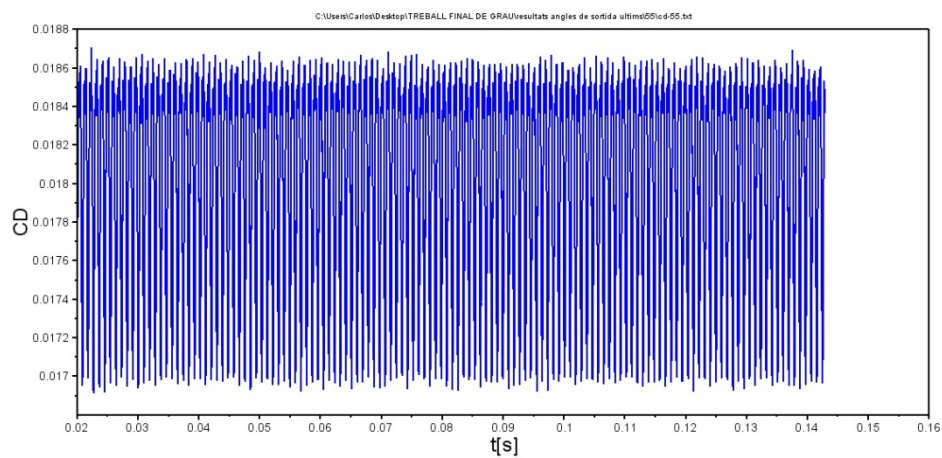
**Figura 9.34.** Valor de  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $55^\circ$



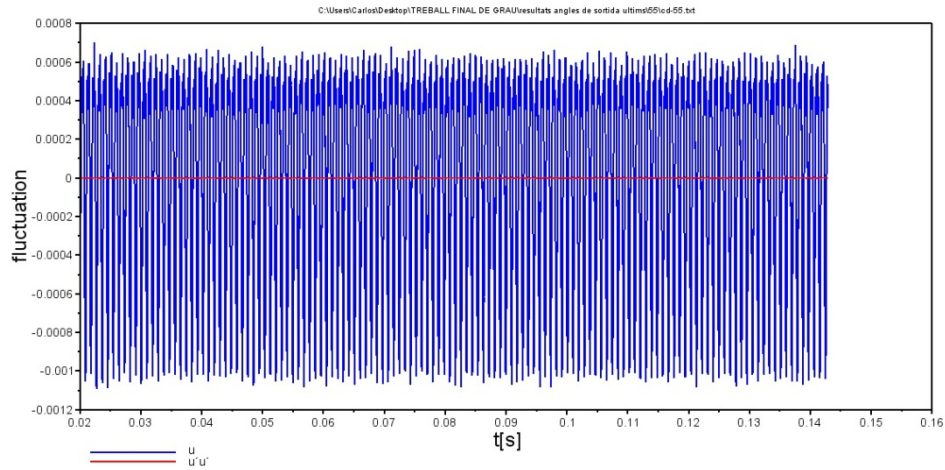
**Figura 9.35.** Valor de la fluctuació del  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $55^\circ$



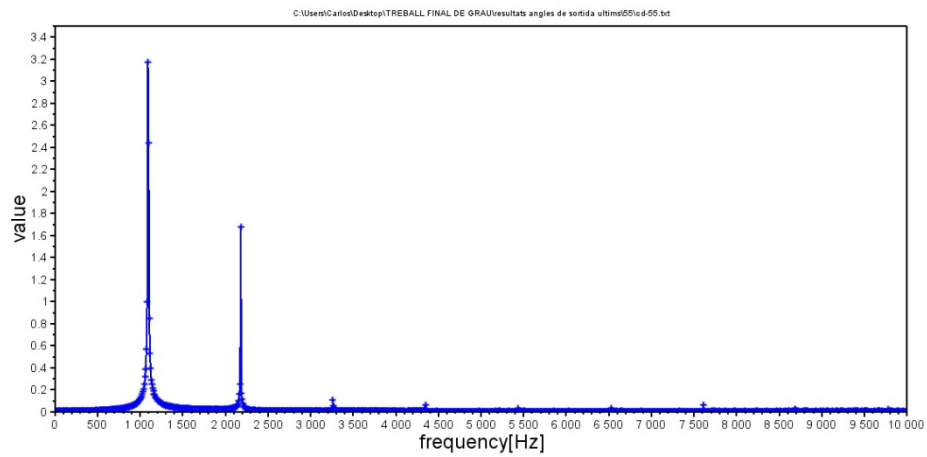
**Figura 9.36.** FFT del  $C_L$  angle  $\beta$  de  $55^\circ$



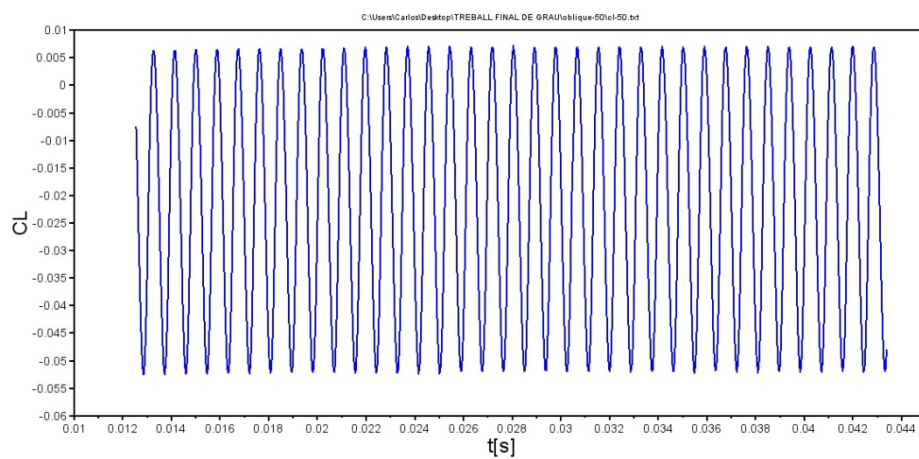
**Figura 9.37.** Valor de  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $55^\circ$



**Figura 9.38.** Valor de la fluctuació del  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $55^\circ$

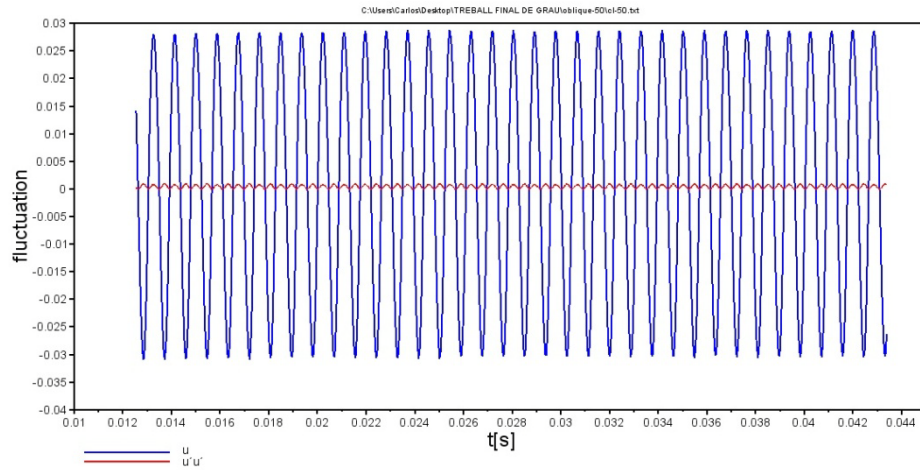


**Figura 9.39.** FFT del  $C_D$  angle  $\beta$  de  $55^\circ$

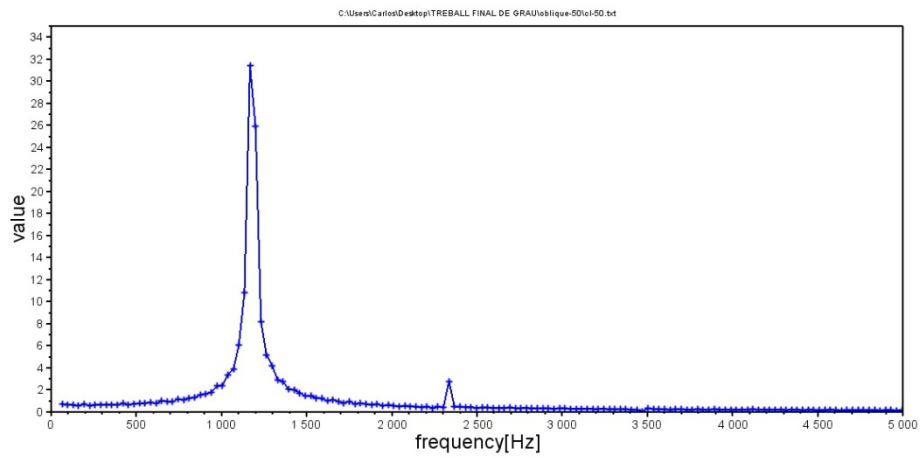


**Figura 9.40.** Valor de  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $50^\circ$

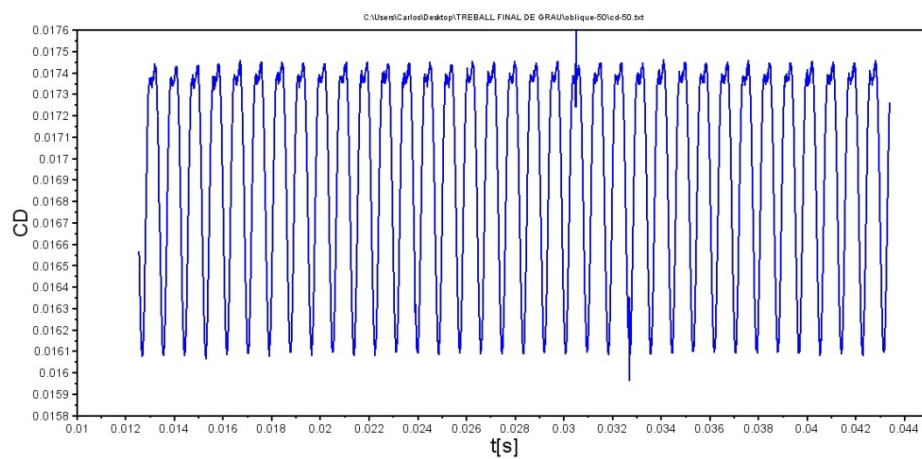




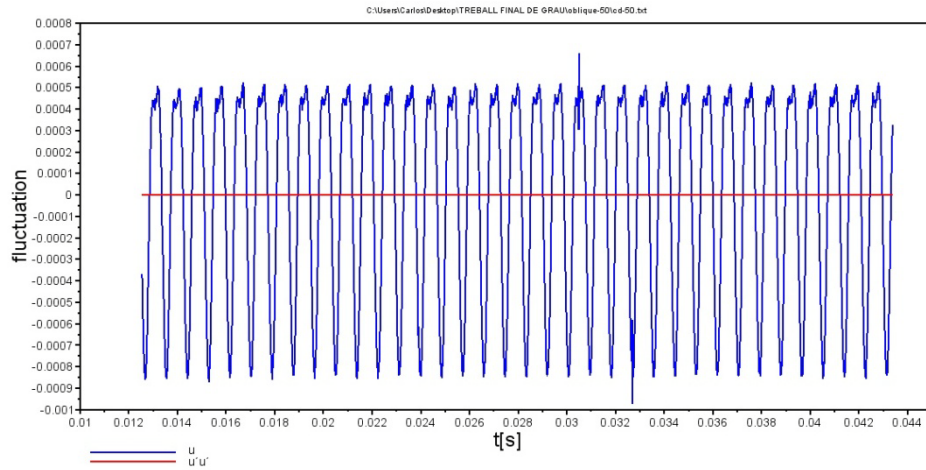
**Figura 9.41.** Valor de la fluctuació del  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $50^\circ$



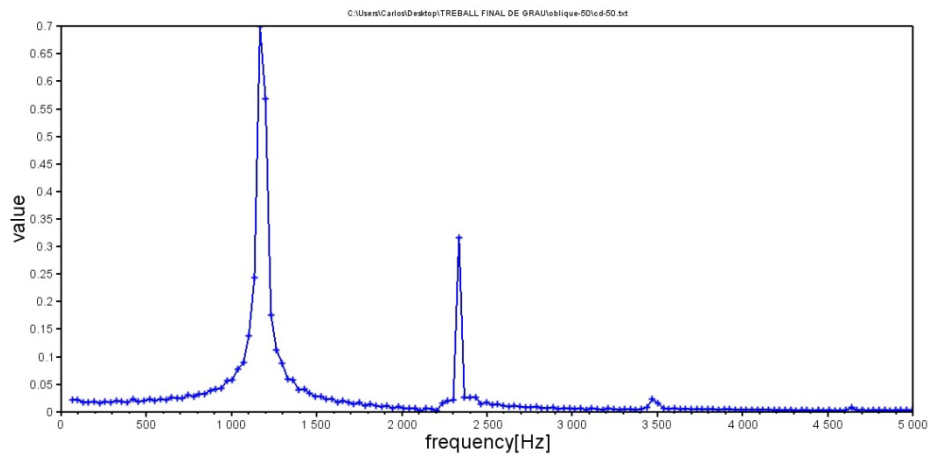
**Figura 9.42.** FFT del  $C_L$  angle  $\beta$  de  $50^\circ$



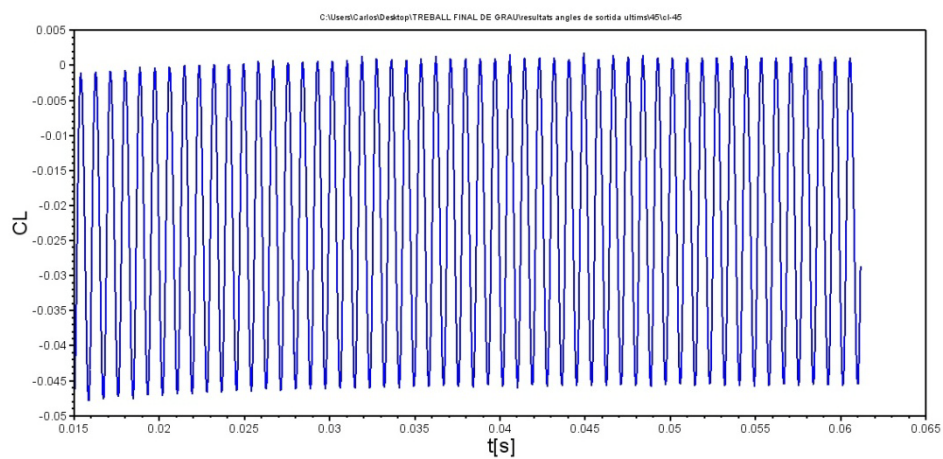
**Figura 9.43.** Valor de  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $50^\circ$



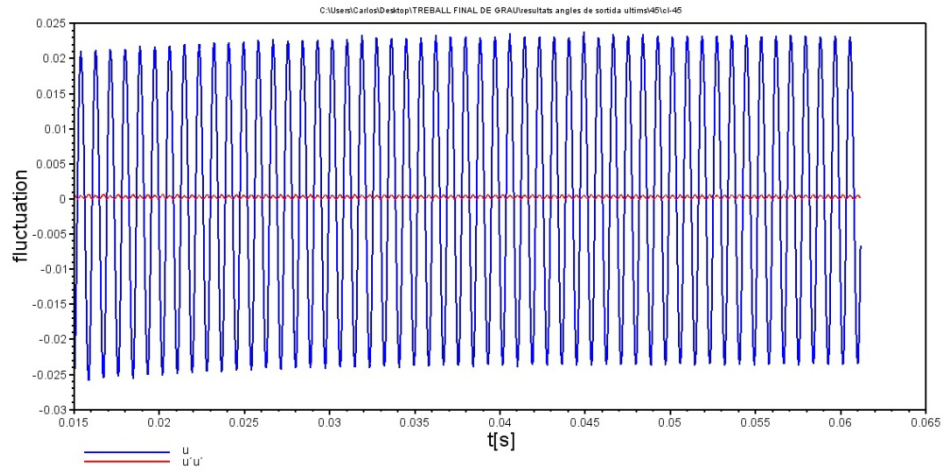
**Figura 9.44..** Valor de la fluctuació del  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $50^\circ$



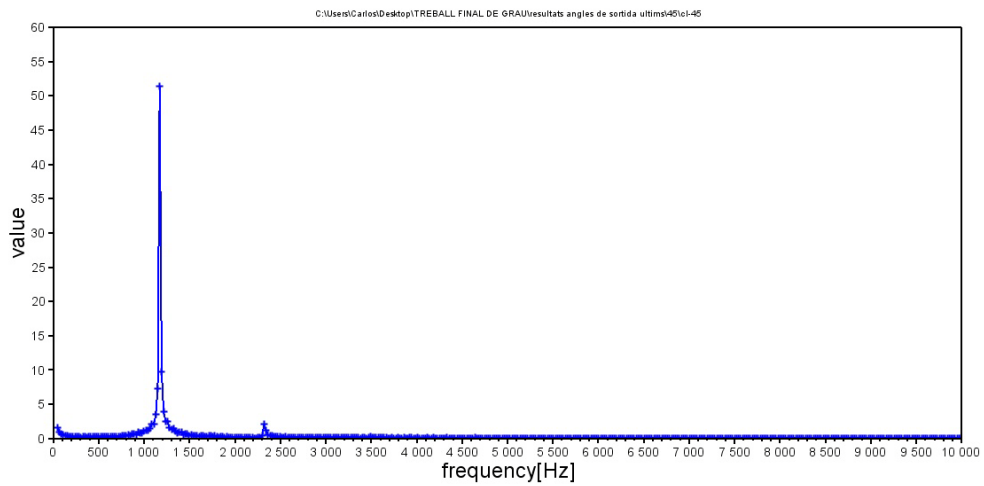
**Figura 9.45.** FFT del  $C_D$  angle  $\beta$  de  $50^\circ$



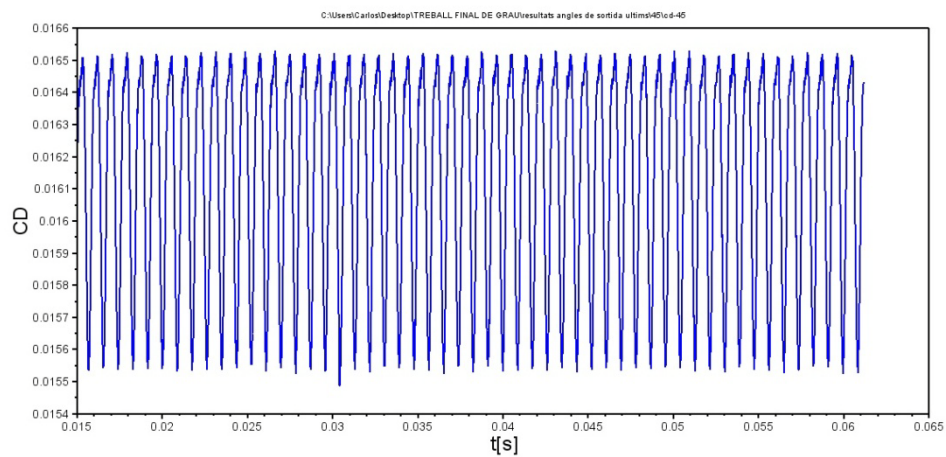
**Figura 9.46.** Valor de  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $45^\circ$



**Figura 9.47.** Valor de la fluctuació del  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $45^\circ$

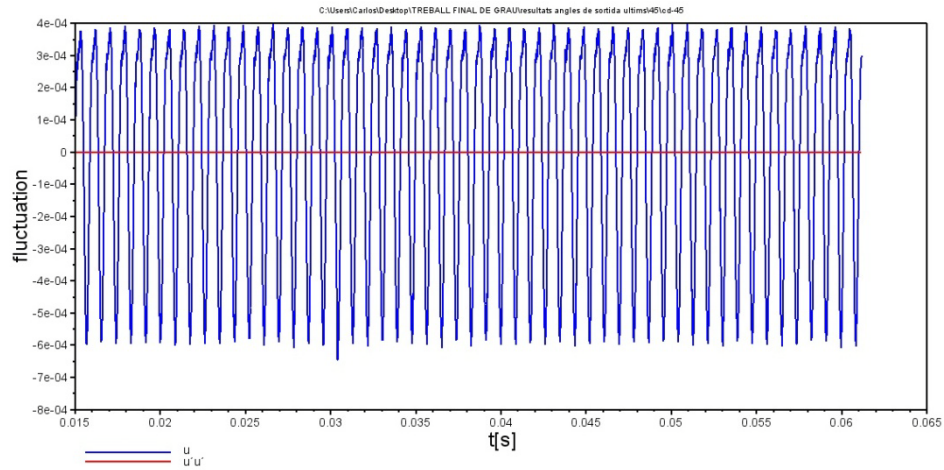


**Figura 9.48.** FFT del  $C_L$  angle  $\beta$  de  $45^\circ$

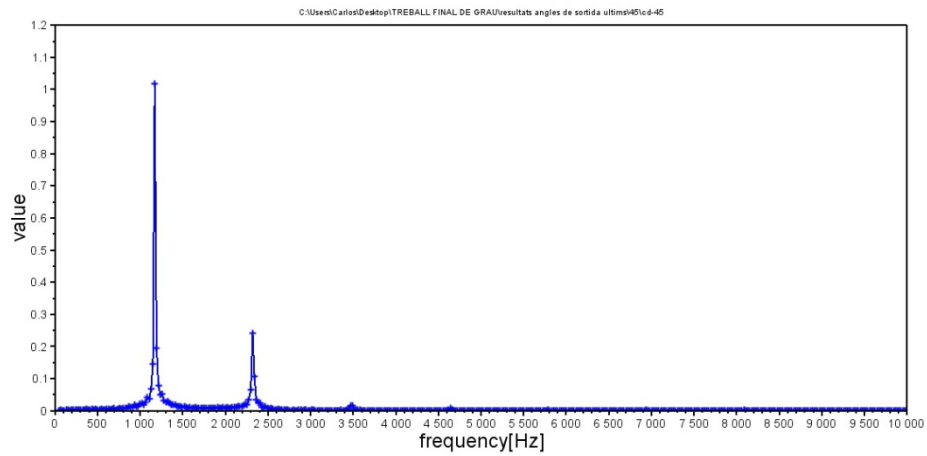


**Figura 9.49.** Valor de  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $45^\circ$

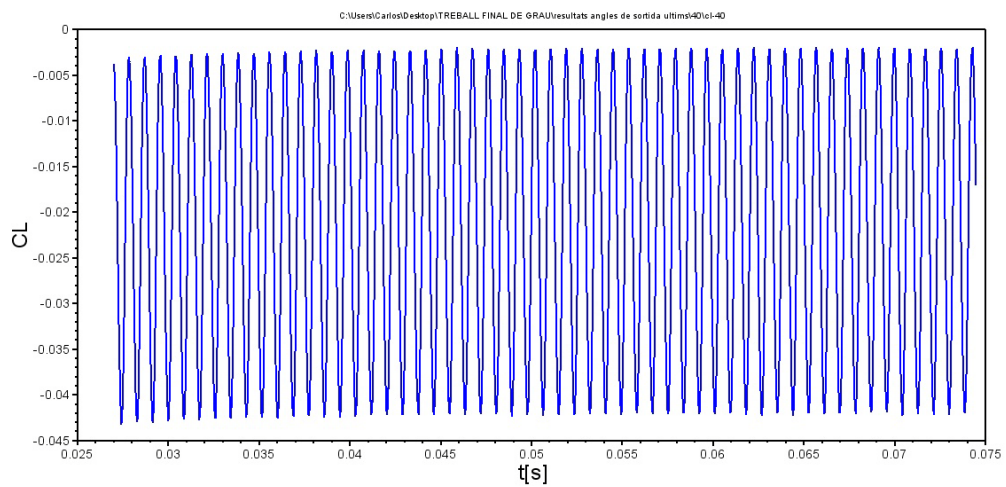




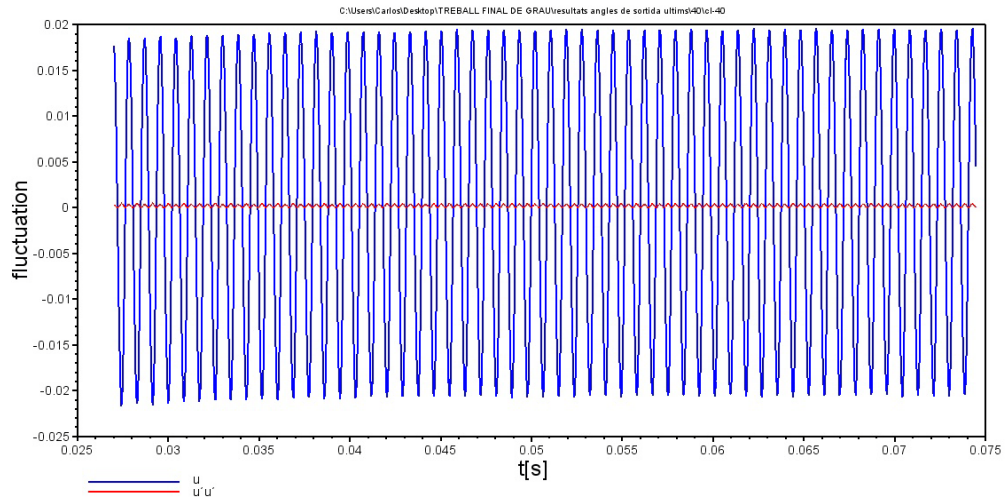
**Figura 9.50.** Valor de la fluctuació del  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $45^\circ$



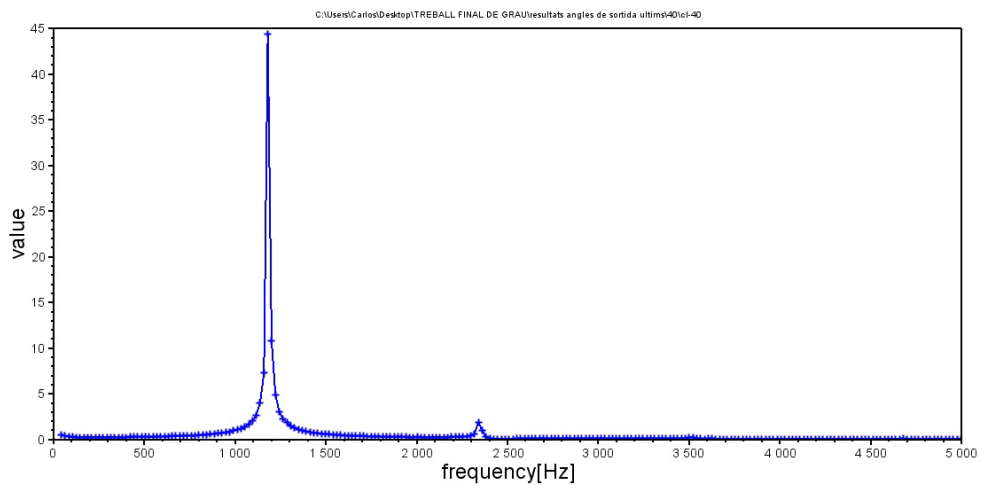
**Figura 9.51.** FFT del  $C_D$  angle  $\beta$  de  $45^\circ$



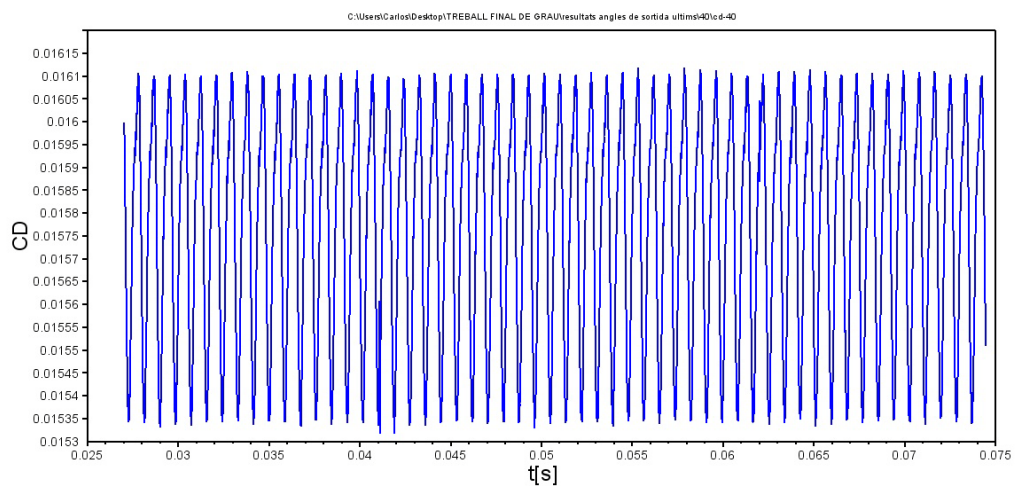
**Figura 9.52.** Valor de  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $40^\circ$



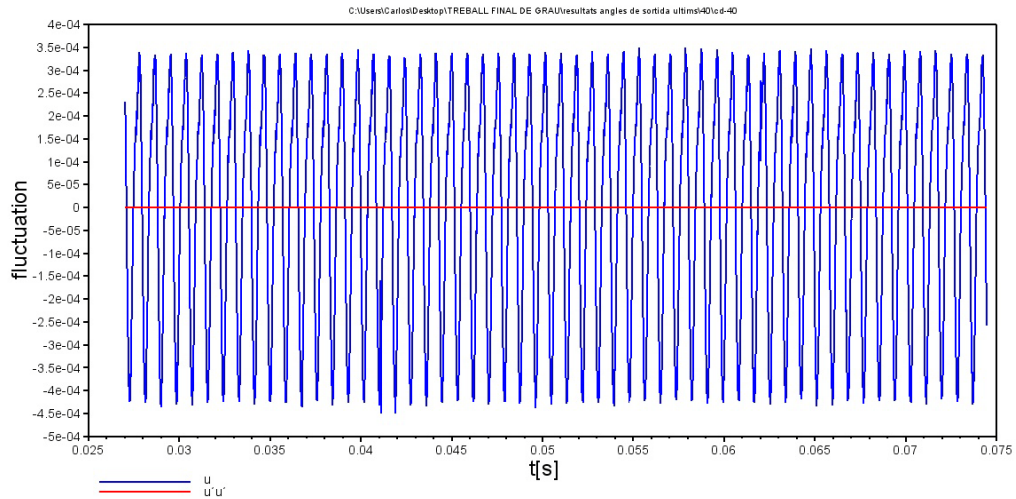
**Figura 9.53.** Valor de la fluctuació del  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $40^\circ$



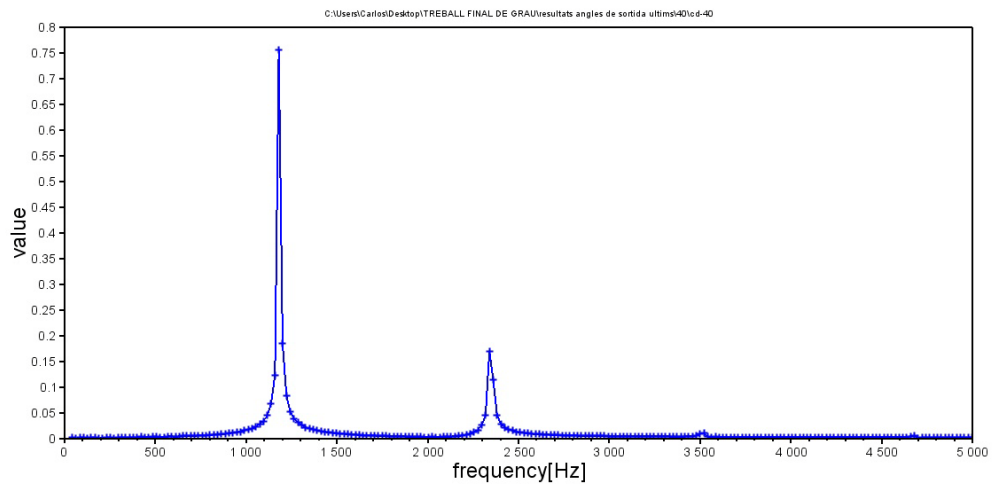
**Figura 9.54.** FFT del  $C_L$  angle  $\beta$  de  $40^\circ$



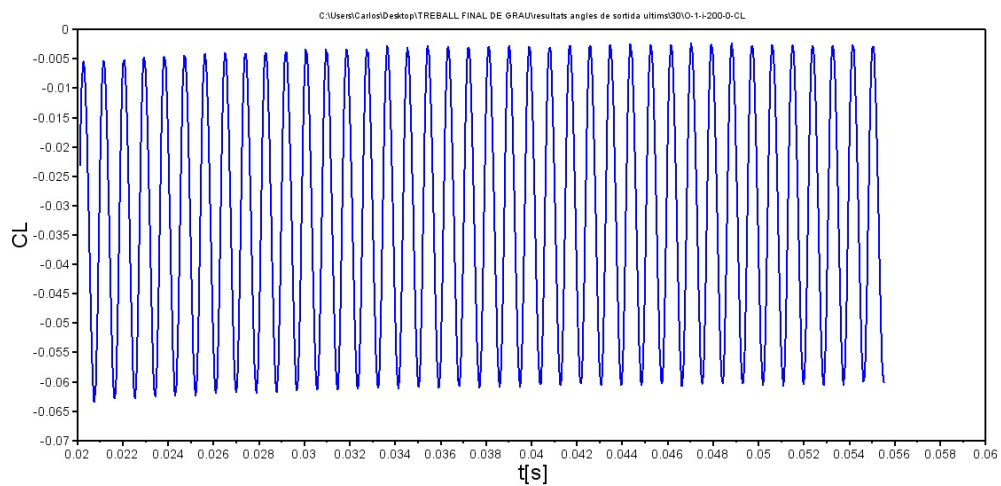
**Figura 9.55.** Valor de  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $40^\circ$



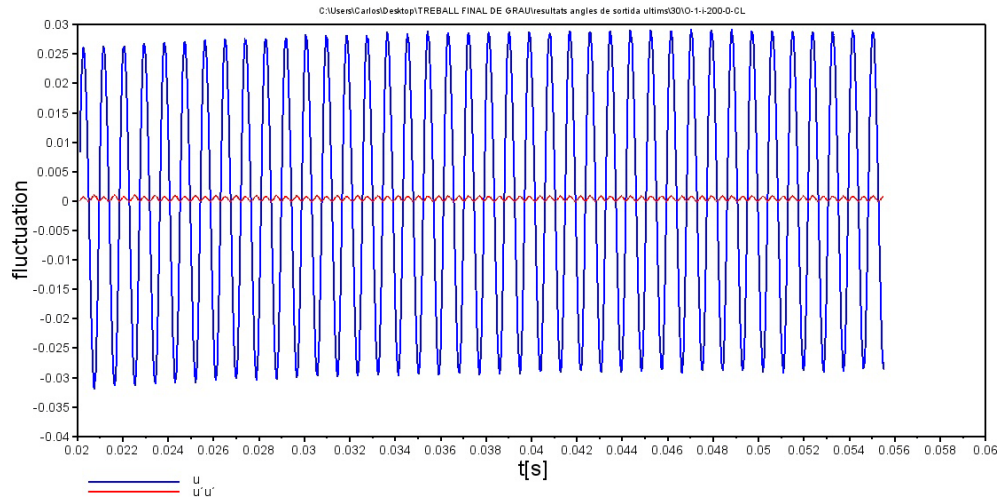
**Figura 9.56.** Valor de la fluctuació del  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $40^\circ$



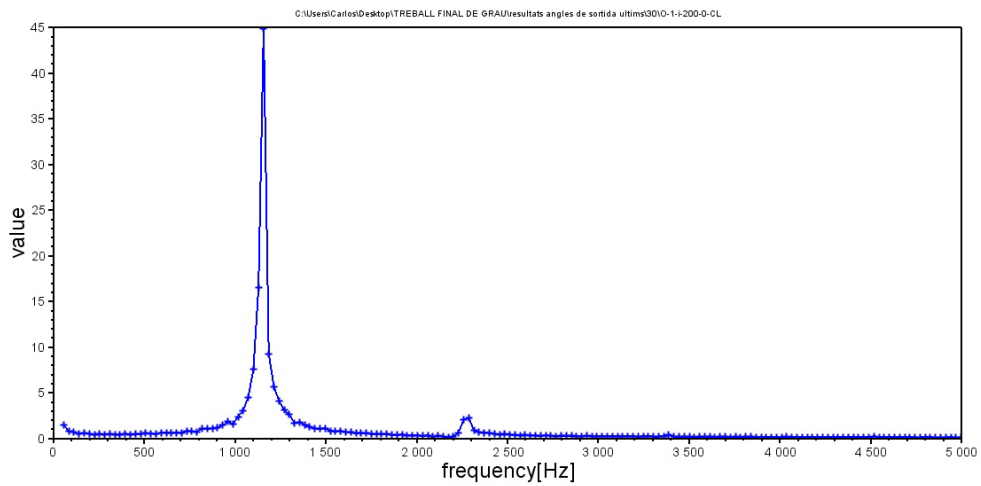
**Figura 9.57.** FFT del  $C_D$  angle  $\beta$  de  $40^\circ$



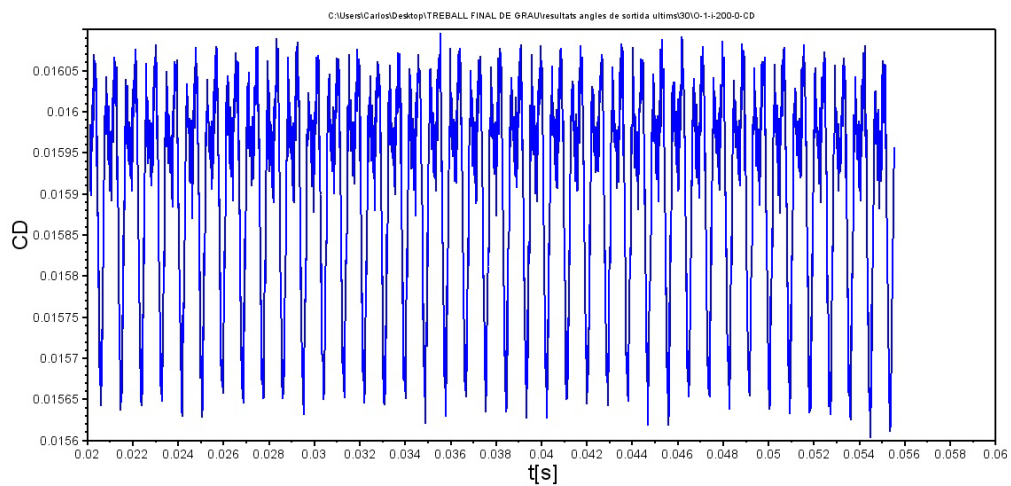
**Figura 9.58.** Valor de  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $30^\circ$



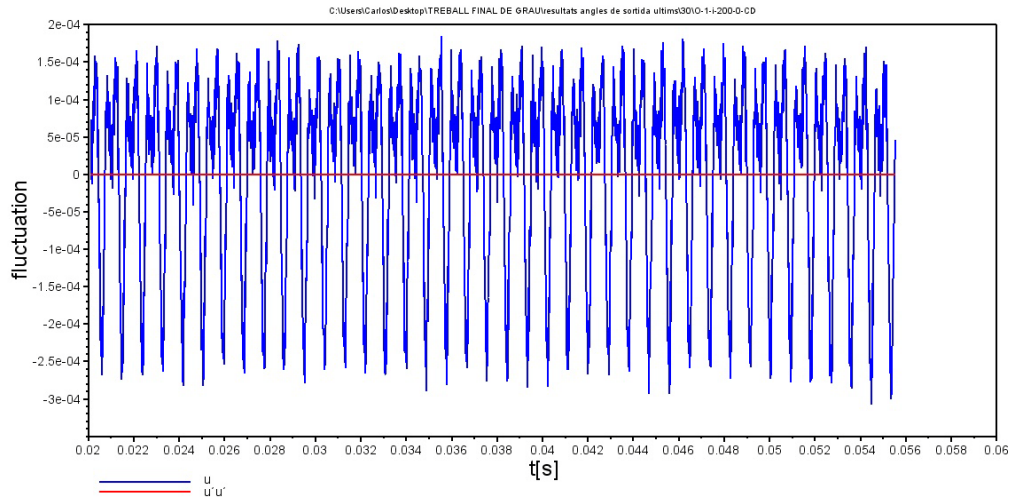
**Figura 9.59.** Valor de la fluctuació del  $C_L$  per angle  $\beta$  de  $30^\circ$



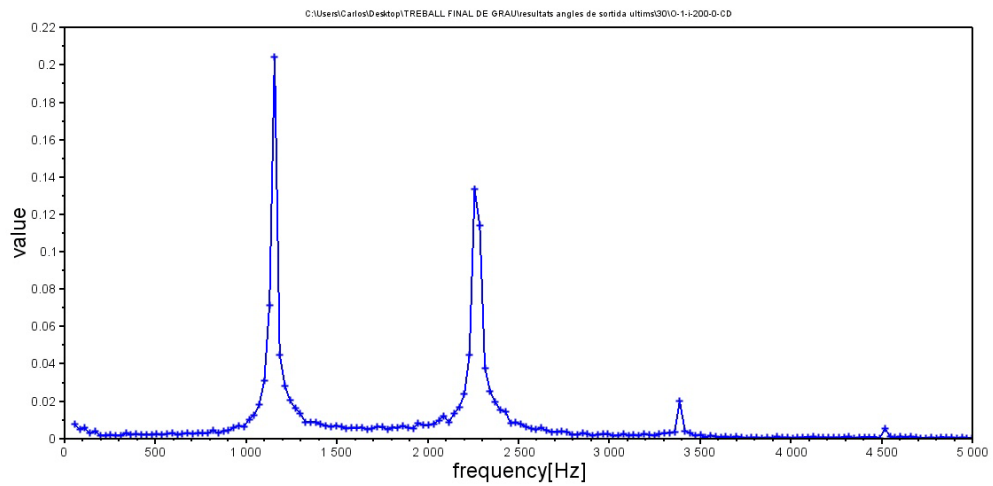
**Figura 9.60.** FFT del  $C_L$  angle  $\beta$  de  $30^\circ$



**Figura 9.61.** Valor de  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $30^\circ$

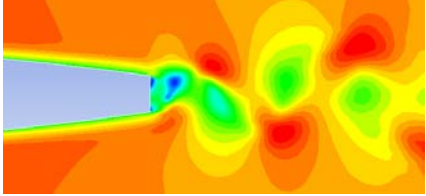
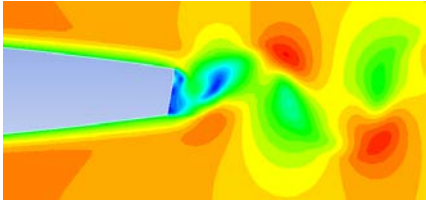
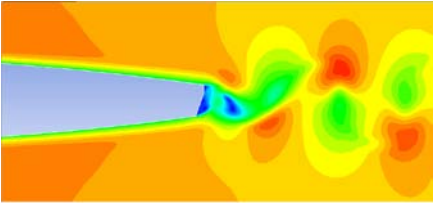
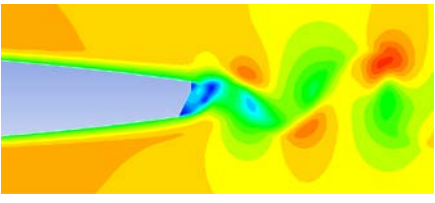
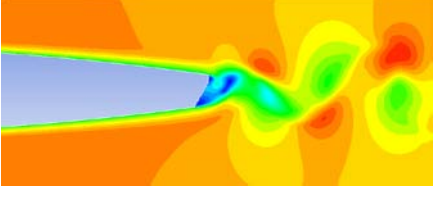
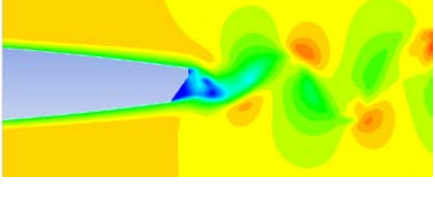


**Figura 9.62.** Valor de la fluctuació del  $C_D$  per angle  $\beta$  de  $30^\circ$

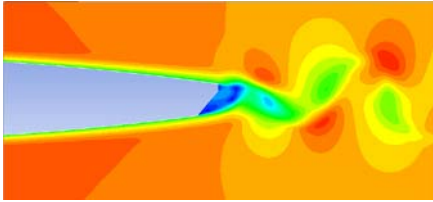
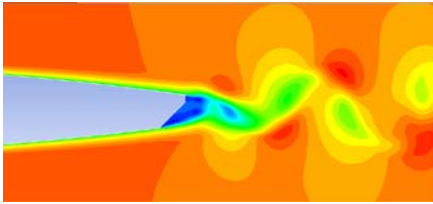
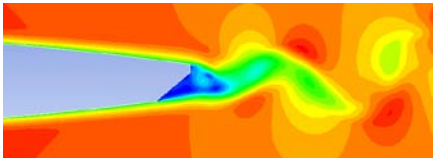
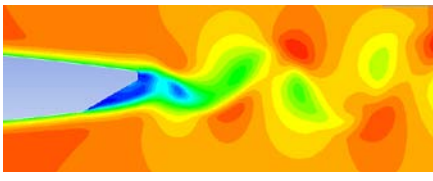


**Figura 9.63.** FFT del  $C_D$  angle  $\beta$  de  $30^\circ$

A la taula 9.2. es mostren pels diferents angles de la vora de sortida, els valors mitjos dels coeficients de sustentació i resistència, les seves freqüències, així com una imatge dels contorns de velocitat en el deixant.

Imatge Contorns de velocitat en el deixant	$\beta$	Freqüència (Hz)	$C_L$	$C_D$
	90 (truncat)	1210	0,002942	-
	80	1192	- 0,006715	0,020880
	70	1156	-0,01266	0,01953
	65	1135	-0,01809	0,01898
	60	1127	-0,02056	0,01823
	55	1096	-0,01941	0,018005



	50	1140	-0,02165	0,01633
	45	1155	-0,02206	0,015487
	40	1157	-0,21426	0,015768
	30	1078,6	-0,03155	0,01612

**Taula 9.2.** Comparativa de freqüències, i coeficients de sustentació i resistència

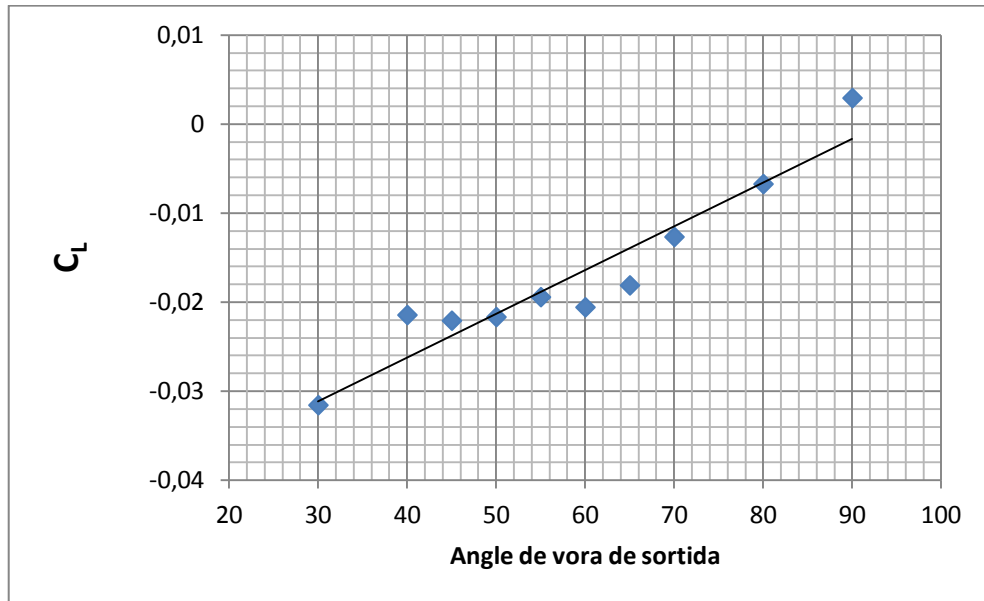
## 9.4. Relació angle de vora de sortida i els coeficients de resistència i sustentació

En aquest apartat es mostren els resultats que s'han obtingut en l'anàlisi dels coeficients de sustentació i de resistència en funció del angle de vora de sortida. Aquests coeficients són de gran importància en el món de la enginyeria de fluids ja que determinen les forces a les que estan sotmesos els diferents perfils hidrodinàmics i per tant el seu estudi pot determinar el rendiment i la vida útil de les màquines hidràuliques que utilitzin aquests perfils.

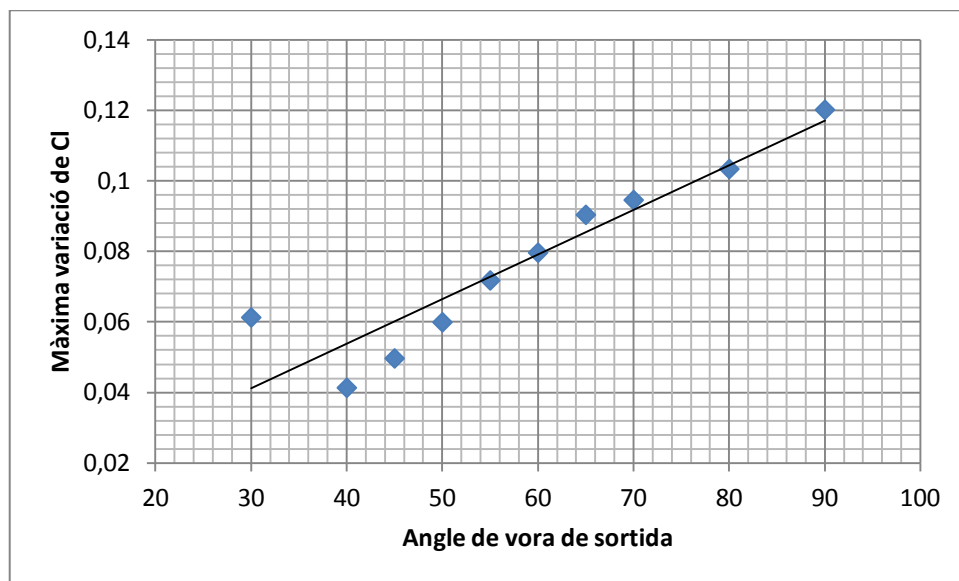
A la figura 9.64 es mostra la relació entre el coeficient de sustentació ( $C_L$ ) i l'angle de vora de sortida,  $\beta$ . Com s'observa en la figura existeix una relació lineal entre aquests dos factors, al disminuir l'angle de vora de sortida augmenta negativament el valor del coeficient de sustentació. El valor negatiu indica el sentit de la força de sustentació que apareix en el perfil al sotmetre's a l'acció d'un fluid en moviment.

La figura 9.65 mostra la màxima variació en la fluctuació del coeficient de sustentació. Com s'ha comentat en l'apartat 9.2, el coeficient de sustentació varia en forma de senyal periòdica, això provoca que el valor del  $C_L$  variï durant el cicle i no sigui un valor constant. La màxima variació que es mostra en la figura 9.65

defineix l'amplitud de la senyal del coeficient de sustentació i és útil per realitzar anàlisis de fatiga.



**Figura 9.64.** Coeficient de sustentació en funció de l'angle de vora de sortida

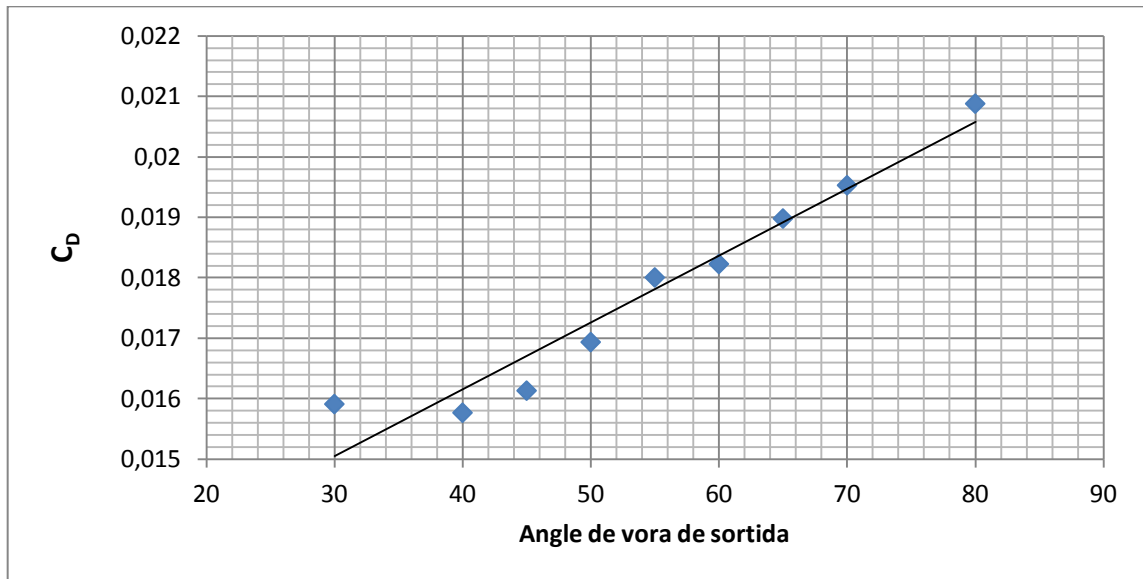


**Figura 9.65.** Amplitud màxima de variació del  $C_L$  en funció de l'angle de vora de sortida

A les gràfiques 9.66 i 9.67 es mostren el comportament del coeficient de resistència ( $C_D$ ) en funció del angle de vora de sortida. En aquest cas el valor del coeficient és positiu i creix al augmentar l'angle de la vora de sortida, això significa que la força horitzontal necessària per contrarestar l'efecte del fluid sobre el perfil hidrodinàmic disminueix al disminuir l'angle de la vora de sortida.



En la figura corresponent a la màxima variació de  $C_D$  s'observa com en el cas del  $C_L$  que aquest disminueix al disminuir també l'angle de vora de sortida.



**Figura 9.66.** Coeficient de resistència en funció del angle de vora de sortida



**Figura 9.67.** Amplitud màxima de variació del  $C_D$  en funció del angle de vora de sortida



# CAPÍTOL 10:

# CONCLUSIONS

En aquest projecte l'objectiu ha estat l'estudi dels fenòmens que es produïen en la sortida del deixant d'un perfil hidrodinàmic NACA0009 modificat amb vora de sortida obliqua mitjançant CFD. Per aquest perfil hidrodinàmic es disposa de valors experimentals valors experimentals publicats pel *Laboratory for Hydraulic Machines* per la *École Polytechnique Fédérale de Lausanne* realitzats mitjançant un túnel hidrodinàmic.

El primer pas ha estat realitzar la geometria en dos dimensions, es disposava dels punts que definien el perfil i s'ha realitzat mitjançant programes de CAD la superfície del perfil en dos dimensions. Després s'ha realitzat la malla com s'ha comentat en el capítol 5, la malla s'ha obtingut uns valors de  $y^+$  inferiors a 1 en la zona pròxima al perfil el que significa que la malla era bona per descriure el fenòmens relacionats en la capa límit i el vòrtexs que es generen en la part posterior en el perfil.

S'ha dut a terme un estudi de eficiència de diferents models de turbulència en el capítol 6 d'aquesta memòria, per determinar quin dels models s'ajustava millor als resultats experimentals. Comparant els valors experimentals amb els valors obtinguts amb les simulacions s'apreciava com els models SAS i el SST k- $\omega$  eren els dos que millor s'ajustaven en les velocitats experimentals en el deixant i també eren els que tenien un error més petit alhora de calcular el valor de la freqüència del coeficient de sustentació i de resistència. Tot i això, el model de turbulència que millor descrivia la transició de flux laminar a flux turbulent en el

deixant era el model SST-Transition, encara que a les zones de més turbulència el model s'allunyava dels valors experimentals.

En l'estudi de sensibilitat de malla s'han realitzat simulacions mitjançant una segona malla més refinada, els resultats obtinguts referents a la velocitat en el deixant i en el perfil hidrodinàmic en les dues malles han estat similars però en les freqüències dels coeficients de sustentació i resistència aquesta segona malla si ha produït una millora significativa en els resultats. Per aquest motiu els anàlisis següents de la incidència del angle d'atac s'ha realitzat mitjançant aquesta segona malla i el model de turbulència SAS.

En la comparativa pels diferents angles d'atac s'ha analitzat la dependència dels coeficients de sustentació i resistència per diferents angles d'atac, s'ha així com varia el creixement de la capa límit per diferents angles d'atac. El coeficient de sustentació s'ha constatat com creix quan augmenta l'angle d'atac, segurament, si aquest angle l'haguéssim augmentat més en les simulacions arribaria un punt en el qual començaria a baixar degut a que començaria a produir-se un desprendiment de la capa límit en el perfil i faria disminuir el coeficient de sustentació. Però en el rang estudiat en el projecte no s'ha arribat a aquest punt.

En l'estudi del coeficient de resistència es mostra com el valor màxim positiu es situa per un angle d'atac de  $0^\circ$  i quan s'augmenta l'angle d'atac aquest disminueix fins arribar a ser negatiu, o sigui la força de resistència és contrària al moviment del fluid.

S'ha analitzat la influència de la vora de sortida en els coeficients de sustentació i resistència del perfil hidrodinàmic. En aquest estudi s'ha utilitzat el mateix perfil hidrodinàmic utilitzat en la resta del projecte, el NACA0009 modificat amb un tall oblic, però s'ha variat l'angle de la vora de sortida per comparar els resultats amb diferents angles.

Els resultats en els perfils de velocitat que s'han obtingut en analitzar els diferents angles de vora de sortida és que aquest paràmetre modifica molt poc els perfils de velocitats sobre el propi perfil i per tant el canvi no es considera significatiu. En canvi, en el deixant si que s'observen canvis en els perfils de velocitat en funció de l'angle de la vora de sortida.

En l'anàlisi de la influencia de l'angle de la vora de sortida en el coeficient de sustentació s'ha observat com aquest coeficient augmenta linealment al augmentar l'angle com també creix l'amplitud màxima de variació del coeficient. Una major amplitud ocasiona més vibracions i l'augment del coeficient de sustentació significa un augment en els esforços que ha de suportar el perfil. Per aquest motiu es considera que com més petit sigui l'angle de la vora de sortida és més òptim per la seva utilització en màquines hidràuliques.

El coeficient de resistència segueix un comportament similar al coeficient de sustentació i el seu valor també augmenta en augmentar l'angle de la vora de sortida. Per això, com en els dos casos els esforços són més grans al augmentar l'angle de la vora de sortida es considera que per als dos casos és més òptim un

angle més petit ja que les vibracions i els esforços que haurà de suportar el perfil seran més petits. A més, la reducció de les vibracions augmentarà el rendiment de les màquines hidràuliques que utilitzin aquests perfils.

En general en aquest projecte s'ha comprovat com el CFD és una eina viable, que proporciona valors que s'ajusten a la realitat i permet realitzar estudis de diferents aspectes sense tenir que realitzar proves experimentals.

En un pròxim projecte es podria estudiar el punt on comença a produir-se el desprendiment de la capa límit i com el coeficient de sustentació comença a disminuir a mesura que augmenta l'angle d'atac ja que és un punt important d'estudi. També es podria realitzar un estudi similar per perfils amb vores de sortida diferents, com pot ser el Donaldson, per estudiar quin s'adapta millor a diferents condicions i com varien les freqüències del coeficient de sustentació i resistència en funció de la vora de la sortida del perfil hidrodinàmic.



# CAPÍTOL 11:

# BIBLIOGRAFIA

Çengel, Yunus, i John M. Cimbala. *"Fluid Mechanics: Fundamentals and applications"* McGraw-Hill, 2006.

Versteeg, H.K., i W. Malalasekera. *"An introduction to Computational Fluid Dynamics: The finite volume method."* Pearson: Prentice Hall, 2007.

CFD-Online. *Wiki CFD-Online*. [Consulta: 20 de maig 2014]. [http://www.cfd-online.com/Wiki/Main\\_Page](http://www.cfd-online.com/Wiki/Main_Page)

Munch, C.M., i P. Ausoni. *"Fluid-structure coupling for an oscillating hydrofoil."* Journal of Fluids and Structures, 2010.

Lowys, Pierre-Yves, i Marcelo Aquino. *"Noise induced by Karman vortices in a 7 MW Francis turbine."* Latinamerican hydropower and systems MEETING.

Zobeiri, A., I P. Ausoni. *"How oblique trailing edge of a hydrofoil reduces the vortex-induced vibration."* Journal of Fluids and Structures, 2010.







Escola Universitària d'Enginyeria  
Tècnica Industrial de Barcelona  
Consorci Escola Industrial de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

**Pressupost**

A background image of a large, ornate building with a central tower and many windows, likely a university building.

# **“Estudi de l'efecte de la vora de sortida en perfils hidrodinàmics”**

TFG presentat per optar al títol de GRAU en  
ENGINYERIA Mecànica  
per **Carles Carroixà Benaiges**

Barcelona, 13 de Gener de 2015

Director: Alfred Fontanals Garcia  
Departament MF (729)  
Universitat Politècnica de Catalunya (UPC)

## PRESSUPOST

En aquest pressupost es té en compte el cost que suposaria realitzar el present projecte per una oficina tècnica. En aquest apartat es consideren el preu de treball de l'enginyer i el preu dels recursos informàtics utilitzats.

Es considera el preu hora que dedica l'enginyer en el projecte en 20€/hora. I que la feina es realitza en 200 hores.

El cost dels recursos informàtics s'estima en 20€/dia tenint en compte la llicència anual d'Ansys Fluent de 6000€ i un ordinador convencional de gama mitja alta valorat en 1000€. Es considera que el temps total de les simulacions estaria situat en 50 dies.

**Taula 1.** Pressupost projecte

<b>Preu feina enginyer</b>	20€/hora	200 hores	4000€
<b>Preu recursos informàtics</b>	20€/dia	45 dies	900€
Preu total			4900€
Preu total en IVA (21%)			5929€



Escola Universitària d'Enginyeria  
Tècnica Industrial de Barcelona  
Consorci Escola Industrial de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

## Annexos



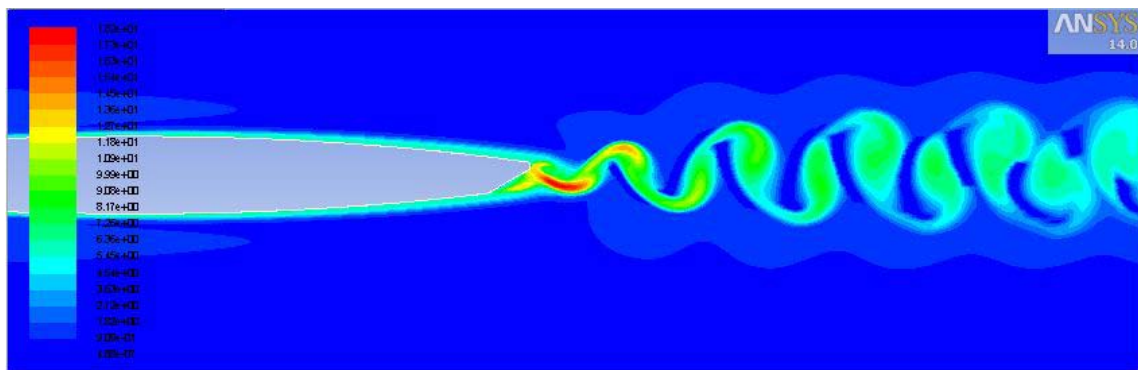
Barcelona, 13 de Gener de 2015

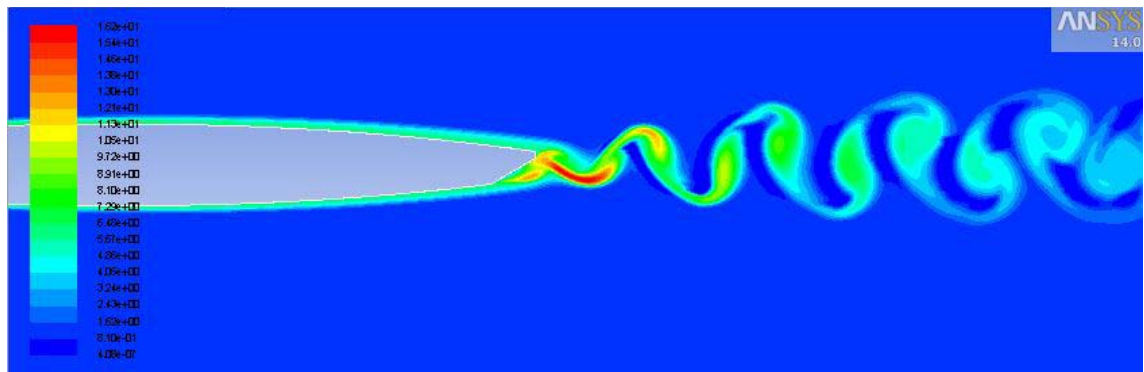
Director: Alfred Fontanals Garcia  
Departament MF (729)  
Universitat Politècnica de Catalunya (UPC)

## ANNEXOS

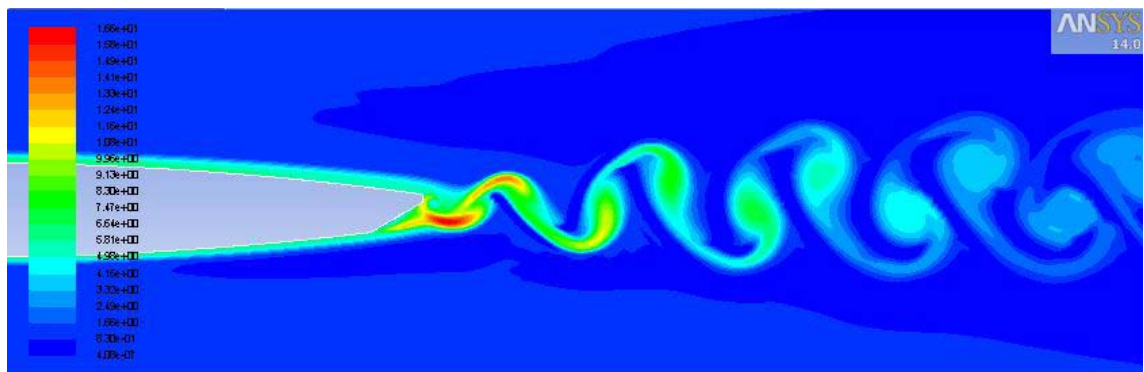
### I. COMPARATIVA INTENSITAT DE TURBULÈNCIA PER DIFERENTS ANGLES D'ATAC

En les següents figures es mostren els contorns d'intensitat de turbulència per diferents angles d'atac.

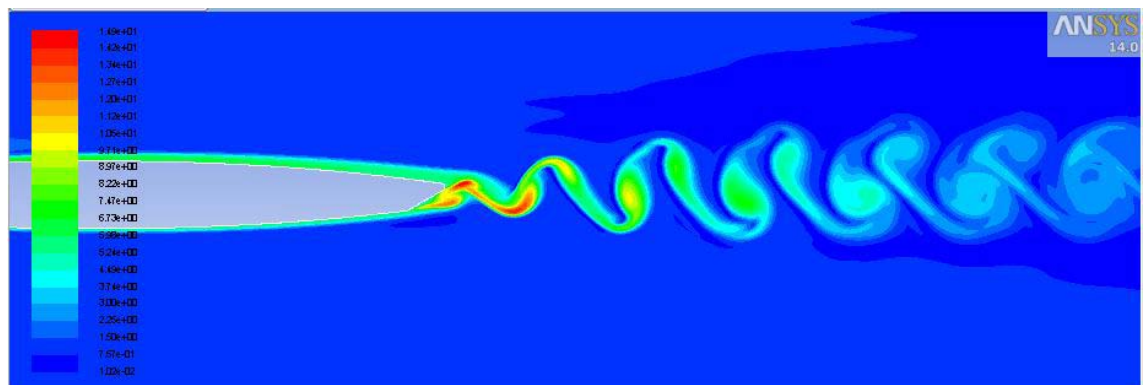




**Figura I.2.** Contorns d'intensitat de turbulencia per 5°

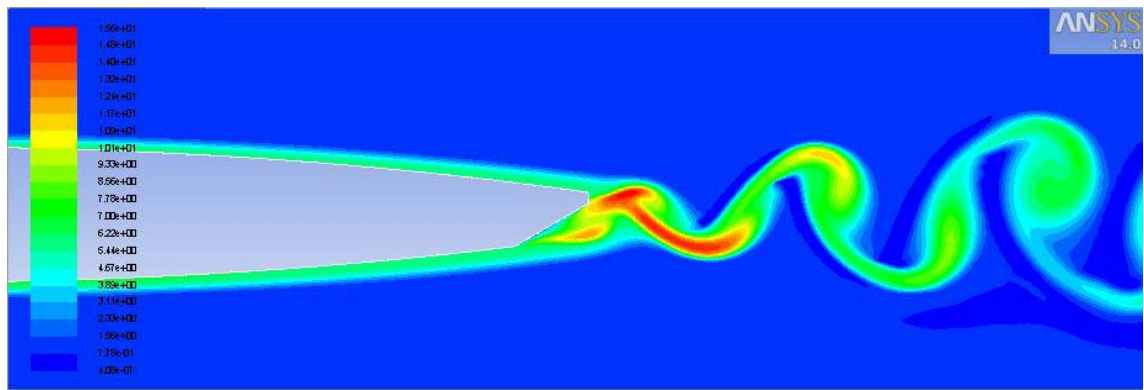


**Figura I.3.** Contorns d'intensitat de turbulencia per 10°

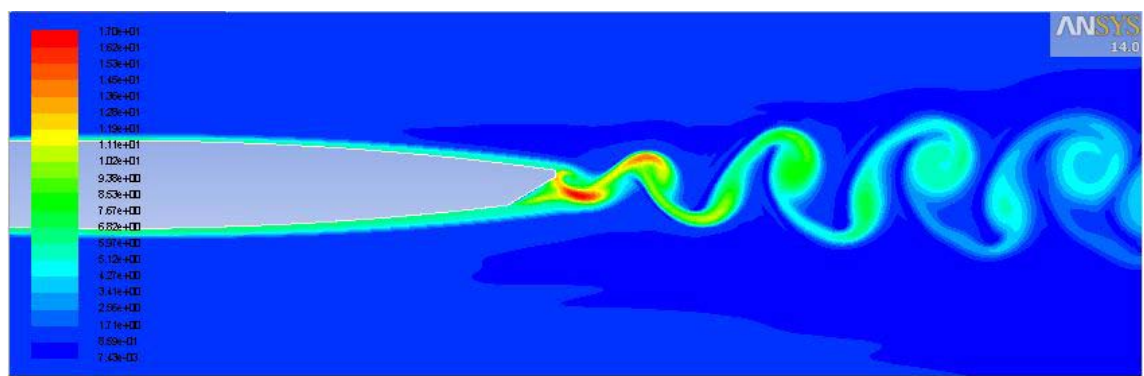


**Figura I.4.** Contorns d'intensitat de turbulencia per 15°

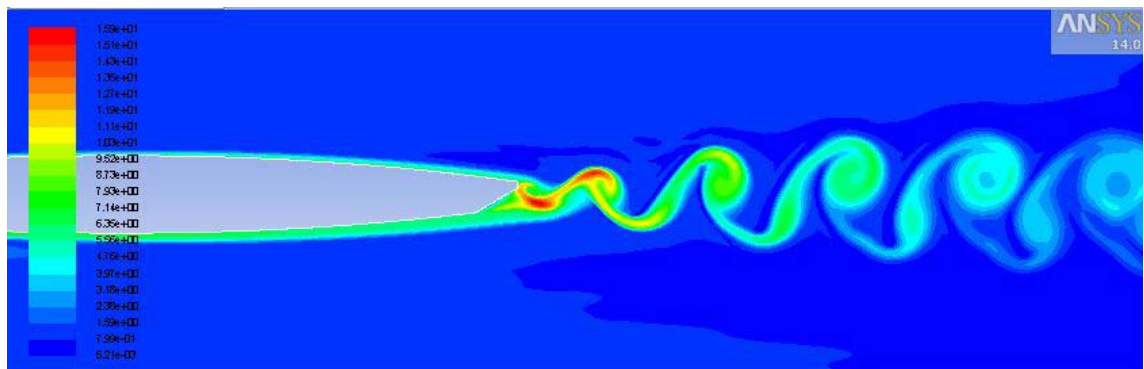




**Figura I.5.** Contorns d'intensitat de turbulencia per  $-5^\circ$



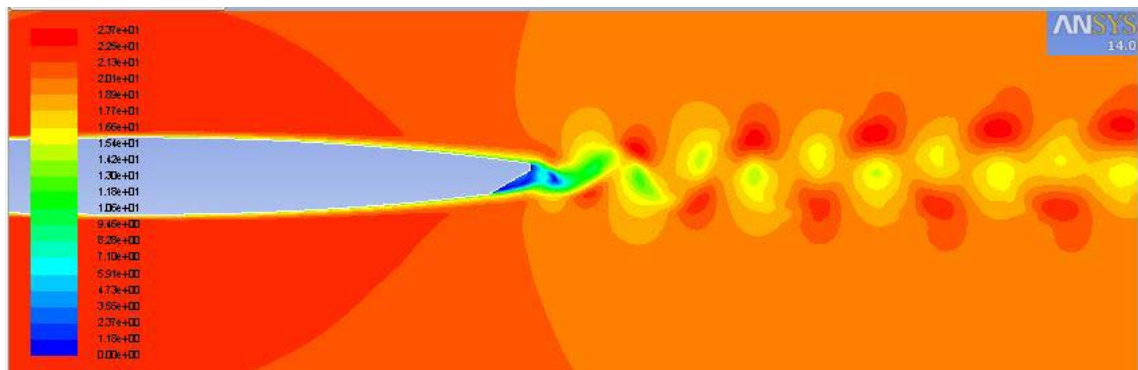
**Figura I.6.** Contorns d'intensitat de turbulencia per  $-10^\circ$



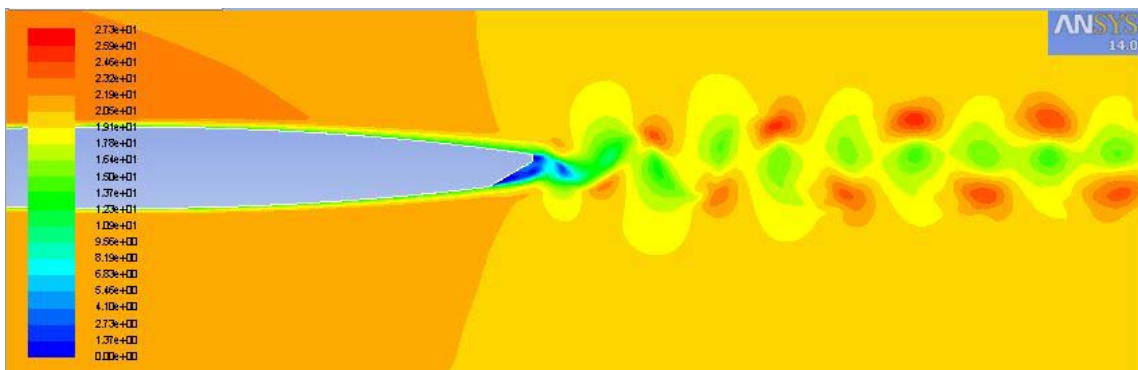
**Figura I.7.** Contorns d'intensitat de turbulencia per  $-15^\circ$

## II. COMPARATIVA VELOCITAT EN EL DEIXANT PER DIFERENTS ANGLES D'ATAC

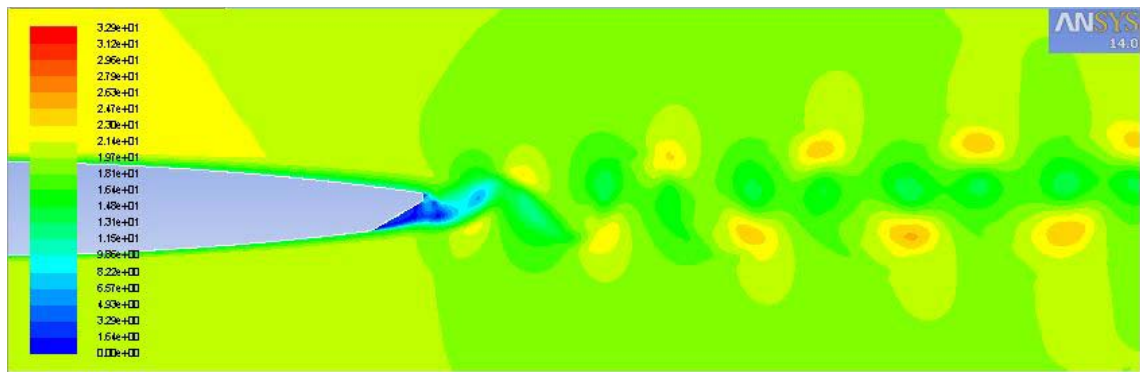
En les següents figures es mostren els contorns de velocitat absoluta per diferents angles d'atac.



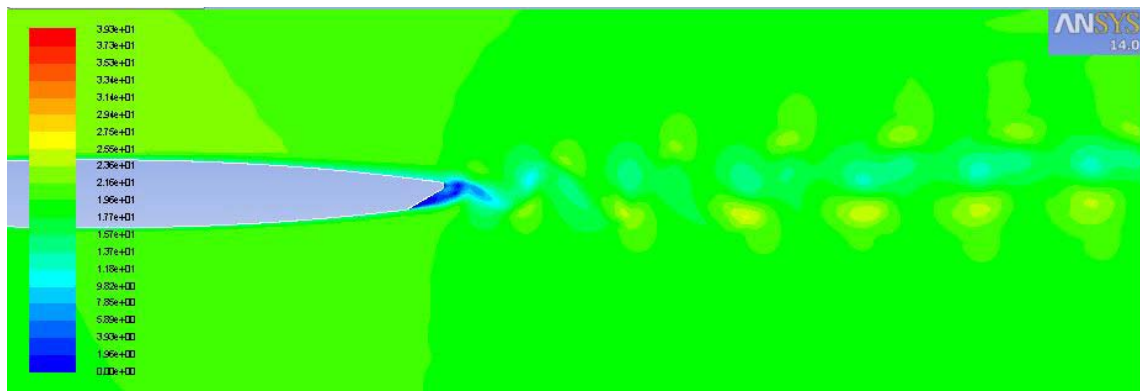
*Figura II.1. Contorns de velocitat absoluta per 0°*



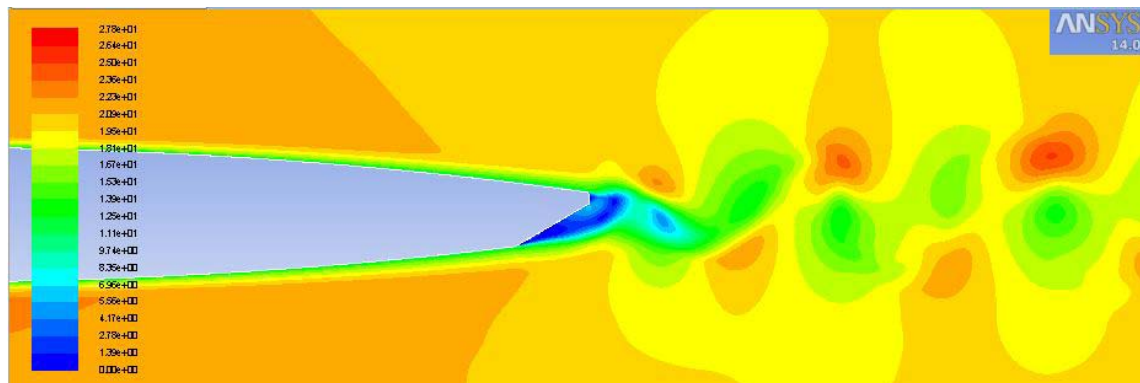
*Figura II.2. Contorns de velocitat absoluta per 5°*



**Figura II.3.** Contorns de velocitat absoluta per  $10^\circ$

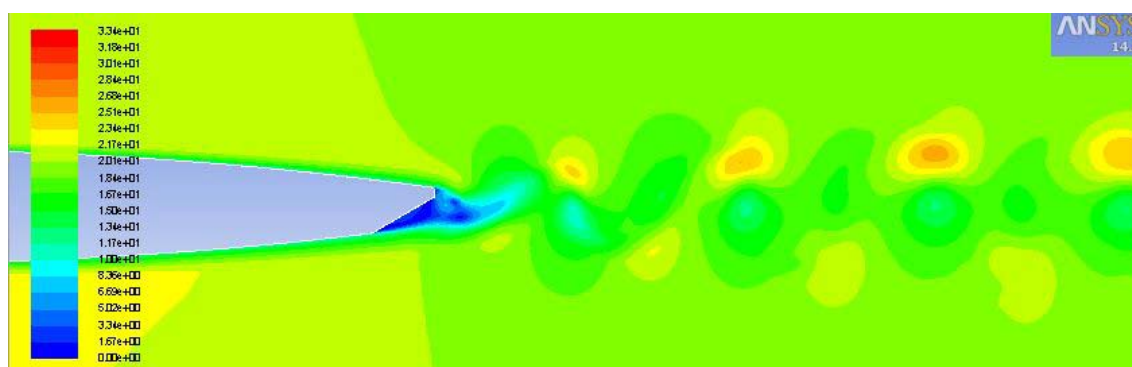


**Figura II.4.** Contorns de velocitat absoluta per  $15^\circ$

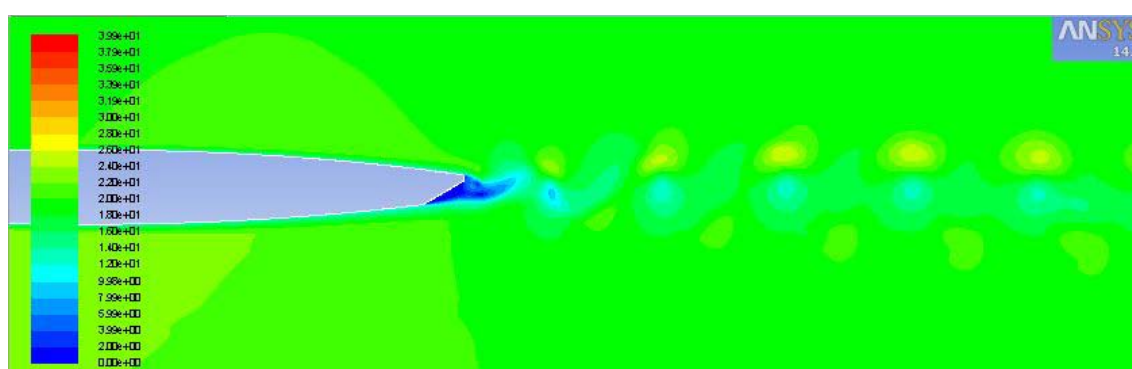


**Figura II.5.** Contorns de velocitat absoluta per  $-5^\circ$





**Figura II.6.** Contorns de velocitat absoluta per  $-10^\circ$



**Figura II.7.** Contorns de velocitat absoluta per  $-15^\circ$